



FAEX – FACULDADE DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS DE EXTREMA
Curso de Engenharia Civil

FELIPE AUGUSTO ROCHA AZEVEDO

***MÉTODO SIMPLIFICADO PARA O DIMENSIONAMENTO DA
ARMADURA DE FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO
ARMADO***

Extrema
2018

FELIPE AUGUSTO - RA: 06667

***MÉTODO SIMPLIFICADO PARA O DIMENSIONAMENTO DA
ARMADURA DE FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO***

Trabalho de graduação apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas de Extrema (FAEX), como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Marcelo H. Hermógenes.

*Extrema
2018*

FELIPE AUGUSTO - RA: 06667

***MÉTODO SIMPLIFICADO PARA O DIMENSIONAMENTO DA
ARMADURA DE FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO***

Trabalho de graduação apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas de Extrema (FAEX), como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Data de aprovação: ____/____/____

Banca Examinadora:

Prof. Marcelo Henrique Hermógenes (Orientador)
Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas de Extrema (FAEX)

Prof^oMs.

Prof^oMs.

*Para minha mãe, Honestidade e Sabedoria, Maria
Aparecida Rocha Azevedo*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente Deus por ter me dado força de chegar até aqui, minha Mãe que está sempre me apoiando, meus professores e principalmente ele meu professor e orientador Marcello Hermógenes. Agradecer também meus colegas que foram 5 anos juntos um apoiando outro.

“Construí quase duas mil escolas? Não importa. Construí milhares de amigos, sem os quais meus sonhos estariam mortos”.

Felipe Tiago Gome, Fundador da CNEC.

RESUMO

Este trabalho teve o objetivo de apresentar e avaliar a eficiência de dois métodos simplificados para o dimensionamento das armaduras de flexão, em vigas de concreto armado com seção retangular. Primeiramente foram realizados levantamentos das seções mais utilizadas em projetos e obras. Sendo assim, admitiu-se 3 valores para a largura da seção transversal, 14, 19 e 25 cm, e 4 resistências para o concreto, 20, 25, 30 e 25 MPa. Posteriormente, para todas as situações, foram dimensionadas as armaduras de flexão, de acordo com a NBR 6118:2014, através do software AltoQIEberick V10. O mesmo processo foi realizado com os dois métodos simplificados, MS1 e MS2. Em seguida, os resultados obtidos pelos métodos simplificados foram comparados com os resultados obtidos pelo dimensionamento realizado pelo software. Assim, foi possível verificar a eficiência do MS1 e MS2, podendo garantir segurança e confiabilidade no seu uso.

Palavras-Chave: NBR 6118:2014, Flexão, Vigas Concreto Armado.

ABSTRACT

This work had the objective of presenting and evaluating the efficiency of two simplified methods for the dimensioning of the flexural reinforcement in reinforced concrete beams with rectangular section. First, the sections used for projects and works were surveyed. Thus, 3 values for the width of the cross section, 14, 19 and 25 cm, and 4 resistances for the concrete, 20, 25, 30 and 25 MPa were allowed. Subsequently, for all situations, the flexural reinforcement was dimensioned, according to NBR 6118: 2014, through the software AltoQIEberick V10. The same process was performed with the two simplified methods, MS1 and MS2. Then, the results obtained by the simplified methods were compared with the results obtained by the software design. Thus, it was possible to verify the efficiency of MS1 and MS2, being able to guarantee safety and reliability in its use.

Key Words: *NBR 6118: 2014, Flexion, Reinforced Concrete Beams.*

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - CURVA DE GAUSS PARA A RESISTÊNCIA DO CONCRETO A COMPRESSÃO	18
FIGURA 2 - DIAGRAMA TENSÃO - DEFORMAÇÃO DO CONCRETO	19
FIGURA 3 DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO	21
FIGURA 4 GRÁFICO TENSÃO-DEFORMAÇÃO DOS AÇOS LAMINADOS.....	23
FIGURA 5 GRAFICO- DEFORMAÇÃO DOS AÇOS ENCRUADOS.....	23
FIGURA 6 LIMITE DA DEFORMAÇÃO PERMANENTE PARA AÇO ENCRUADO A FRIO.....	25
FIGURA 7 VIGA DE CONCRETO SIMPLES	27
FIGURA 8 VIGA CONCRETO ARMADO BIAPOIADA	28
FIGURA 9 FISSURA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO	29
FIGURA 10 COMPORTAMENTO DO CONCRETO NA FLEXÃO PURA, ESTÁDIO 1	33
FIGURA 11 COMPORTAMENTO DO CONCRETO NA FLEXÃO PURA, ESTADIO 2.....	34
FIGURA 12 COMPORTAMENTO DO CONCRETO NA FLEXÃO PURA, ESTÁDIO 3.....	35
FIGURA 13 DIAGRAMA TENSÃO-DE-FORMAÇÃO DO AÇO	36
FIGURA 14 DIAGRAMA DE TENSÕES	37
FIGURA 15 DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO NA RUÍNA.....	38
FIGURA 16 VARIAÇÃO 0% E35%	39
FIGURA 17	40
FIGURA 18.....	41
FIGURA 19 RESULTANTES E BRAÇO FIXO.....	42
FIGURA 20BRAÇO DO BINÁRIO INTERIOR.....	42
FIGURA 21	44
FIGURA 22RESULTANTES E BRAÇO VARIÁVEL.....	45
FIGURA 23 BRAÇO DO BINÁRIO INTERIOR VARIÁVEL	45
FIGURA 24ÁREA DE AÇO EQUIVALENTE A ÁREA DE CONCRETO COMPRIMIDO.....	47
FIGURA 25VIGAS E APOIOS	50

LISTA DE TABELAS

TABELA 1CONSISTÊNCIA DO CONCRETO	12
TABELA 2CARACTERÍSTICA DAS BARRAS DE AÇO.....	22
TABELA 3CARACTERÍSTICAS DAS BARRAS DE AÇO.....	24
TABELA 4VIGA 14X40 RESULTADOS E VARIAÇÕES.....	51
TABELA 5VIGA 14X40 RESULTADOS E VARIAÇÕES.....	51
TABELA 6VIGA 19X40 RESULTADOS E VARIAÇÕES.....	52
TABELA 7VIGA 19X40 RESULTADOS E VARIAÇÕES.....	52

Sumário

1	INTRODUÇÃO.....	9
1.1	OBJETIVO.....	11
2	FUNDAMENTOS DO CONCRETO ARMADO.....	11
2.1	PROPRIEDADES FÍSICAS DO CONCRETO.....	12
2.1.1	Consistência.....	12
2.1.2	Trabalhabilidade.....	12
2.1.3	Homogeneidade.....	13
2.1.4	Adensamento.....	13
2.1.5	Início Pega do Concreto.....	13
2.1.6	Cura do Concreto.....	13
2.1.7	Propriedades do Concreto Endurecido.....	14
2.1.8	Relação Água/Cimento.....	14
2.1.9	Idade.....	15
2.1.10	Retração.....	15
2.1.11	Propriedades Mecânica do Concreto.....	16
2.2	RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO.....	16
2.2.1	Resistência Característica do Concreto à Compressão.....	17
2.3	RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO À TRAÇÃO.....	18
2.3.1	Diagrama Tensão-Deformação.....	19
2.3.2	Módulo de Elasticidade.....	20
2.3.3	Aços para Concreto Armado.....	21
2.3.4	Aços Laminados á Quente.....	22
2.3.5	Aços Encruados á Frio.....	22
2.3.6	Módulo de Elasticidade.....	25
2.3.7	O Concreto Armado.....	25
2.3.8	Flexão Simples.....	26
2.4	VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS Á FLEXÃO RETA.....	27
2.4.1	Vigas com Armadura Simples.....	29
2.4.2	Vigas com Armadura Dupla.....	29
2.4.3	Objetivos do Dimensionamento.....	30
2.4.4	Métodos de Cálculo.....	31
2.4.5	Métodos Clássicos.....	31
2.5	MÉTODOS DE CÁLCULO NA RUPTURA (OU DOS ESTADOS LIMITE).....	31
2.5.1	Estádios.....	32
2.1.5.2	Estádio 1.....	32
2.1.5.3	Estádio 2- Estado de fissuração.....	33
2.1.5	34
2.5.2	Hipóteses Básicas.....	35
2.6	DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO.....	37
2.6.1	Domínio 2.....	38
2.6.2	Domínio 3.....	39
2.6.3	Domínio 4.....	40
3	MÉTODOS SIMPLIFICADOS.....	41
3.1	MÉTODO SIMPLIFICADO 1 (MS1).....	41
3.1.1	Binário Interior (Resultante).....	41

3.1.2	Braço	42
3.2	<i>MÉTODO SIMPLIFICADO 2 (MS2)</i>	43
3.3	<i>BINÁRIO INTERIOR (RESULTANTES)</i>	44
3.3.1	Braço	45
3.3.2	Armadura de Tração(As)	46
3.3.3	Cálculo da Armadura de Compressão (A's)	47
3.3.4	Área de Concreto Concreto Comprimida($A_{c_{max}}$).....	47
3.3.5	Resultante de Compressão Máxima do Concreto ($R_{cmáx}$)	47
3.3.6	Cálculo da Área Aço Equivalente (Ase)	48
3.3.7	Cálculo de A's	48
4	<i>METODOLOGIA</i>	49
4.1	<i>DADOS GERAIS</i>	49
4.2	<i>FERRAMENTA</i>	49
4.3	<i>MÉTODO</i>	49
5	<i>RESULTADOS E DISCUSSÃO</i>	50
5.1	<i>TABELAS</i>	50
5.2	<i>ANÁLISE DOS RESULTADOS</i>	53
6	<i>CONCLUSÃO</i>	<i>ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.</i>

1 INTRODUÇÃO

Antigamente, os primeiros materiais empregados nas construções foram a pedra natural (rocha) e a madeira. A pedra foi utilizada nas construções megalíticas dos templos e câmaras mortuárias, por volta de 8000 a 4000 a.C. na Europa, no final do período Neolítico e início da Idade do Bronze. A madeira, particularmente na forma de fibras vegetais, teve grande importância na fabricação dos tijolos com que foram construídos os templos na Mesopotâmia.

Por volta de 3500 a.C., os sumérios, conhecendo a fragilidade dos tijolos de barro, passaram a utilizar esteiras de fibras vegetais entre as fiadas dos tijolos, combatendo os esforços de tração. Pode-se dizer que surge, neste período, a ideia de combinar materiais frágeis e dúcteis.

O concreto simples só começou a ser utilizado nas edificações a partir do século II a.C., durante o Império Romano (300 a.C. a 476 d.C.), em forma de argamassa, que era misturada a pedras e pedaços de tijolo, dando origem ao concreto ciclópico. Este material foi utilizado na execução de muros e fundações, como por exemplo, a fundação do Coliseu, em Roma, que é composta por um anel formando uma espécie de radier. Esta solução foi muito empregada pelos romanos a fim de se aumentar a resistência dos solos arenosos da região.

A argamassa utilizada pelos romanos era de origem vulcânica, uma espécie de cinza encontrada nas proximidades do Vesúvio, na região de Pozzuoli, Itália. Por isso, foi chamada de Cal Pozzolânica, um agente hidráulico, que era resistente sob a água.

Este novo material permitiu aos romanos um grande avanço na construção das abóbodas e arcos, uma vez que, podia ser moldado até que desenvolvesse resistência. Dois grandes exemplos do emprego deste material são o Pantheon em Roma, construído entre 118 e 128, com a cúpula central medindo 43 metros de diâmetro, e o aqueduto de Pont Du Gar em Nimes, no sul da França.

Acredita-se que a associação de barras metálicas à pedra ou argamassa também surgiu dos romanos. Durante a recuperação das ruínas das termas de Caracalla em Roma, notou-se a existência de barras de bronze, em pontos aonde o vão a ser vencido era maior que o comum na época.

Porém, o uso do ferro com a pedra natural é dado, como primeira utilização, à construção da Igreja de Santa Genoveva, hoje Pantheon, em Paris (1770). Havendo-se poucas

colunas na fachada, era necessário utilizar grandes vigas, capazes de transferir as elevadas cargas da superestrutura para as fundações. Foram executadas em pedra lavrada, verdadeiras vigas modernas de concreto armado, com barras de ferro longitudinais para combater os esforços de tração, e barras transversais para combater os esforços de cisalhamento. As barras de ferro eram cravadas em furos feitos artesanalmente nas pedras, e os espaços vazios eram preenchidos com uma argamassa de cal. Percebe-se que já havia um grande entendimento dos esforços internos nas estruturas.

Em 1796, na Inglaterra, James Parker desenvolve e patenteia o primeiro cimento, natural e hidráulico, obtido da calcinação de calcário com argila. Este cimento é chamado de Cimento Romano.

Mais tarde, em 1824, também na Inglaterra, Joseph Aspdin inventa o cimento atualmente conhecido, o cimento Portland, queimando calcário e argila finamente moídos e misturados a altas temperaturas. A partir da descoberta de Aspdin, desenvolveu-se uma grande corrida nos estudos sobre o concreto armado.

Em 1855 surge a primeira fábrica de cimento Portland alemã, localizada perto de Stettin. Ainda neste ano, o francês Joseph Louis Lambot expõe uma embarcação feita com Cimento Armado, e obtém uma patente para fabricação.

O jardineiro parisiense Monier (1861) fabricava vasos de flores com uma argamassa de cimento, utilizando como reforço uma malha de fios de aço. Em 1867 Monier recebe uma patente para fabricar vasos de cimento armado. Anos seguintes, desenvolve a produção de tubos, lajes e pontes em concreto armado.

Em 1886 é fundada, em Berlim, uma empresa para construções de concreto armado seguindo o sistema Monier, gerenciada pelo engenheiro G. A. Wayss. O qual, através de ensaios publicados no folheto ‘O sistema Monier, armadura de ferro envolta por cimento’, demonstra as vantagens da colocação das barras de aço no concreto. Alguns métodos de dimensionamento empíricos, foram publicados pelo construtor oficial da Wayss, Mathias Koenen.

O engenheiro alemão, Emil Mörsch, em 1900, desenvolve a teoria iniciada por Koenen, e a sustenta através de inúmeros ensaios realizados na firma Wayss e Freytag, e posteriormente na universidade de Stuttgart. Os conceitos desenvolvidos por Mörsch

constituíram ao longo de todo o século XX e em quase todo o mundo, os fundamentos da teoria do concreto armado, que, em seus princípios fundamentais, são válidos até hoje.

Em 1916 são publicadas, na Alemanha, as “Dissertações para a Execução de Estruturas de Concreto Armado”. Dando origem as primeiras normas para a execução e dimensionamento das estruturas de concreto armado.

Em 1916 são publicadas, na Alemanha, as “Dissertações para a Execução de Estruturas de Concreto Armado”. Dando origem as primeiras normas para a execução e dimensionamento das estruturas de concreto armado.

Atualmente, no Brasil, a norma vigente para o dimensionamento das estruturas de concreto armado é a NBR 6118:2014.

1.1 Objetivo

Após a construção da Igreja de Santa Genoveva, em Paris (1770), pode-se afirmar que as vigas foram a causa do desenvolvimento de um novo material para a construção. Primeiramente a pedra lavrada junto ao ferro, já em forma de barras, e posteriormente o concreto armado, como é conhecida atualmente.

Por tanto, o presente trabalho tem por finalidade analisar a eficiência de dois métodos simplificados para o dimensionamento das armaduras de flexão em vigas de concreto armado.

2 FUNDAMENTOS DO CONCRETO ARMADO

O concreto simples é um material resultante da mistura de aglomerante (cimento), agregado miúdo e graúdo (areia e pedra) e água em proporções adequadas, o que se denomina como traço. Imediatamente após a mistura, o concreto deve apresentar

plasticidade suficiente para ser transportado e lançado às formas, adquirindo resistência e coesão com o passar do tempo, em função das reações oriundas do aglomerante à água. Ao final deste processo o concreto assemelha-se a uma rocha artificial. Em alguns casos existe a necessidade de se acrescentar aditivos à mistura, os quais modificam as propriedades físicas e químicas do concreto.

2.1 Propriedades Físicas Do Concreto

2.1.1 Consistência

Determina-se como a consistência a maior ou menor capacidade de concreto fresco à deformação, estando relacionada ao processo de transporte, lançamento e adensamento do concreto (CARVALHO, 2013). Concretos com menor consistência devem ser empregados em elementos com taxas de armadura muito elevadas, os quais apresentam maior dificuldade ao adensamento do concreto. A consistência influi na trabalhabilidade, porém por si só não a define, tabela abaixo mostra Consistência do concreto.

Tabela 1 *Consistência do concreto*

<i>Consistência</i>	<i>Abatimento</i>
<i>Fluída</i>	<i>200-250</i>
<i>Úmida</i>	<i>120-200</i>
<i>Plástica</i>	<i>50-200</i>
<i>Rija</i>	<i>20-50</i>
<i>Seca</i>	<i>0-20</i>

(Fonte: Adaptado Rossi 2011)

2.1.2 Trabalhabilidade

Para Rossi (2011) o concreto é considerado trabalhável quando for misturado, transportado e adensado não perde sua homogeneidade. Vários são os fatores internos que influem na trabalhabilidade, como a relação cimento-agregados, chamado de traço do

concreto, a relação agregada miúdo-graúdo, denominada de granulometria do concreto, a relação água-matérias seca, também chamada de teor total de água do concreto, a forma geométrica do agregado graúdo e o uso de aditivos plastificantes da massa.

2.1.3 Homogeneidade

Segundo Montoya (1989) define-se a homogeneidade pela qualidade na qual os diferentes materiais que compõe o concreto se apresentam na massa.

2.1.4 Adensamento

Para Carvalho (2013) o adensamento do concreto é uma das etapas mais importantes na produção das estruturas e interfere sensivelmente nas características e propriedades finais delas. A principal função do adensamento é preencher todos os recantos das formas, e envolver toda a armadura presente. Para executar este processo faz-se uso de vibrador mecânico, porém, o manuseio incorreto deste equipamento poderá provocar o aparecimento de vazios (bicheiras) e a separação dos elementos que compõe a massa de concreto (segregação) afetando assim a sua homogeneidade.

2.1.5 Início Pega do Concreto

O endurecimento do concreto começa algumas horas após sua produção, e o período entre o início do endurecimento até ele atingir uma situação que possa ser desformado, mesmo sem ter atingido sua resistência total, é chamado de pega.

Arbitrariamente, define-se o início da pega quando a consistência do concreto não permite mais sua trabalhabilidade, ou seja, quando não é mais possível lançá-lo nas formas e adensá-lo.

2.1.6 Cura do Concreto

Após o início da pega, a hidratação do concreto desenvolve-se rapidamente, e nesse período a água existente na mistura tende a sair pelos poros do material e evaporar. Essa evaporação pode comprometer as reações de hidratação do cimento, fazendo com que o concreto sofra uma diminuição de volume (retração) maior que o usual. Esta retração é parcialmente impedida pelas formas e armaduras, gerando tensões de tração que não podem ser resistidas pelo concreto, principalmente por causa de sua pouca idade, causando fissuras que levam à diminuição da resistência final que deveria ser atingida.

2.1.7 Propriedades do Concreto Endurecido

A massa específica do concreto é função do agregado utilizado na mistura, para Rossi (2011). Assim, os concretos usuais apresentam massa específica entre 2,3 e 2,5 t/m³, são feitos com agregados provenientes de granitos, basaltos, diabásios entre outros. Existem ainda os concretos ditos leves, com massa específica entre 1,4 e 1,8 t/m³ e os ditos pesados, com massa específica entre 3,9 e 5,5 t/m³.

2.1.8 Relação Água/Cimento

A relação água/cimento na mistura é o principal fator a afetar a resistência mecânica do concreto. Segundo a lei de Abrams, a resistência do concreto varia na razão inversa da relação água/cimento. Abrams expressou a sua lei na forma de uma equação logarítmica do tipo:

$$f_{cj} = \frac{A}{B^{a/c}} \quad (\text{Equação 1})$$

Onde:

- a) A e B são constantes que dependem do tipo e idade do cimento;
- b) a/c é a relação água/cimento utilizada no concreto;
- c) f_c é a resistência a compressão do concreto em j dias de idade.

Algumas equações relativas às curvas de Abrams para alguns tipos de cimentos nacionais em função de 28 dias de idade em média:

$$f_{c28} = 95,03/14,7^{a/c}(\text{MPa}), \text{ para CP-25}$$

$$f_{c28} = 121,8/14,33^{a/c}(\text{MPa}), \text{ para CP-32}$$

$$f_{c28} = 148,9/13,94^{a/c}(\text{MPa}), \text{ para CP-40}$$

2.1.9 Idade

Excluindo-se as influências externas que podem contribuir para a deterioração do material, quanto maior a idade do concreto maior será a sua resistência. Esse fenômeno se dá pela existência de moléculas de água na estrutura interna do concreto após a cristalização.

2.1.10 Retração

Segundo Rüsçh (1981) uma peça de concreto armazenada ao ar livre perde parte da água não fixada quimicamente (livre) durante a secagem. Produz-se assim uma diminuição de volume, denominada retração. Na secagem, a retração começa nas camadas próximas a superfície. Desta forma, surgem diversas deformações no interior da seção do concreto, que dão lugar a tensões próprias que por sua vez são compensadas pela deformação lenta, como o decorrer do tempo. Sendo assim, a retração é parcialmente reversível.

A possibilidade de ocorrência do efeito de retração cresce com o aumento do teor de cimento, da textura fina do cimento, da relação água/cimento e também da relação superfície/volume que está ligada a espessura do elemento estrutural.

2.1.11 Propriedades Mecânica do Concreto

No tocante aos esforços mecânicos a que o concreto está sujeito em obras, sua melhor característica e também a mais importante é a da resistência à compressão. Na maioria das vezes em que o concreto é empregado conta-se com sua capacidade de resistir a este tipo de sollicitação. Por sua vez, a resistência à tração do concreto é muito baixa, chegando a ter em média um décimo do valor de sua resistência à compressão. Na prática é muito raro o concreto estar sujeito a um estado de tensões simples, sujeito à apenas um tipo de sollicitação, é mais comum a existência de esforços combinados, como é o caso da flexão onde o material está sob ação conjunta de compressão e tração.

2.2 Resistência à Compressão

Independentemente do tipo de ensaio ou sollicitação, diversos fatos influenciam a resistência do concreto endurecido, dos quais os principais são a relação entre as quantidades de cimento, agregados e água, e a idade de concreto.

A resistência a compressão, obtida por ensaio de curta duração do corpo de prova, é dada por:

$$f_{cj} = \frac{N_{rup}}{A} \quad (\text{Equação 2})$$

Em que:

f_{cj} – resistência a compressão do corpo de prova de concreto na idade de j dias;

N_{rup} – carga de ruptura do corpo de prova;

A – Área da seção transversal do corpo de prova.

No Brasil são utilizados corpos de prova cilíndricos, com diâmetro da base de 15 cm e altura de 30 cm e também corpos com base de 10 cm e altura de 20 cm. A resistência a compressão do concreto deve ser relacionada à idade de 28 dias (NBR 6118:2003, item 8.2.4) e será estimada a partir do ensaio de determinada quantidade de corpos de prova.

2.2.1 Resistência Característica do Concreto à Compressão

Para se avaliar a resistência de um concreto a compressão, é necessário realizar certo número de ensaios de corpos de prova. Os valores da resistência proporcionados pelos distintos corpos de prova são dispersos, variando de uma obra para outra e também de acordo com o rigor que se fabrica o concreto.

Para uma determinada população de corpos de provas adota-se um valor médio que representa a média aritmética dos resultados f_{cm} , a qual se denomina resistência média de compressão. Porém, este valor não reflete fielmente a qualidade do concreto na obra, pois não considera a dispersão dos resultados.

Para contornar este problema, adota-se o conceito de resistência característica, uma medida estatística que leva em consideração não só o valor da média aritmética f_{cm} das cargas de ruptura dos ensaios, mas também o desvio da série.

Segundo o item 2.2 da norma NBR 6118:2003, os valores característicos f_k das resistências são os que, em um lote do material, tem certa probabilidade de serem ultrapassados, no sentido desfavorável para a segurança, e usualmente é de interesse a resistência característica inferior $f_{k,inf}$, admitida como o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos do lote.

Pode-se definir como resistência característica (f_{ck}) do concreto à compressão, o valor que apresenta grau de confiança de 95%, ou seja, f_{ck} é o valor da resistência, de modo que 95% dos resultados dos ensaios estejam acima dele ou 5% abaixo. De acordo com essa definição e admitindo-se distribuição estatística normal dos resultados, a resistência é expressa pelo quantil de 5% da distribuição.

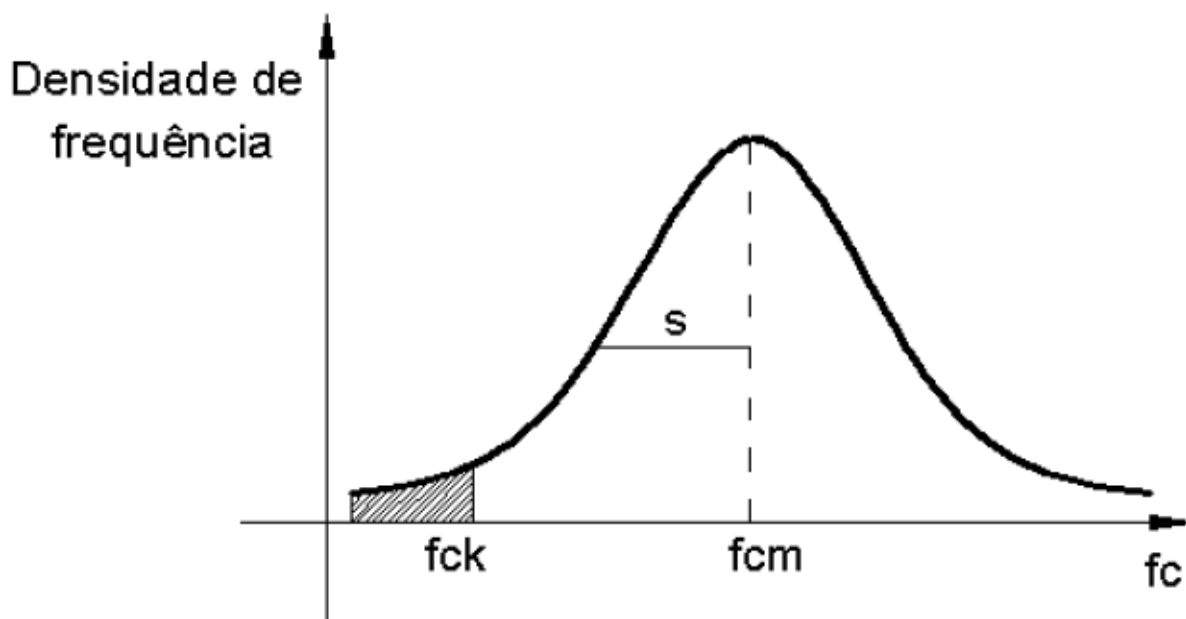


Figura 1 - Curva de Gauss para a Resistência do Concreto à Compressão
 Fonte: PINHEIRO, 2010

2.3 Resistência Característica do Concreto à Tração

Como o concreto é um material de características físicas semelhantes à de uma rocha, trata-se de um material frágil, logo resiste mal aos esforços de tração.

Para Almeida (2002), a resistência à tração do concreto está diretamente ligada às tensões de aderência entre a argamassa e o agregado graúdo. O resultado da resistência característica do concreto à tração pode variar em função do ensaio, que pode ser feito diretamente através do ensaio de tração axial, ou indiretamente através do ensaio de flexão ou compressão diametral.

A resistência à tração direta (axial) é, aproximadamente, 85% da resistência à tração por compressão diametral e 60% da resistência obtida pelo ensaio de flexão ou flexo-tração. O ensaio de compressão diametral é conhecido como Ensaio Brasileiro de Resistência à Tração, que foi criado pelo engenheiro e professor Carneiro (apud CARVALHO, 2013). Na falta de ensaios para obtenção dos resultados, o valor característico de resistência à tração pode ser estimado em função do f_{ck} com as seguintes equações:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{Equação 3})$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (\text{Equação 4})$$

Com $f_{ct,m}$ e f_{ck} expressos em MPa.

2.3.1 Diagrama Tensão-Deformação

O diagrama tensão-deformação é feito a partir do ensaio de compressão axial de um corpo de prova cilíndrico com 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura. Este diagrama mostra as relações entre as tensões (σ) e deformações específicas (ϵ) do concreto.

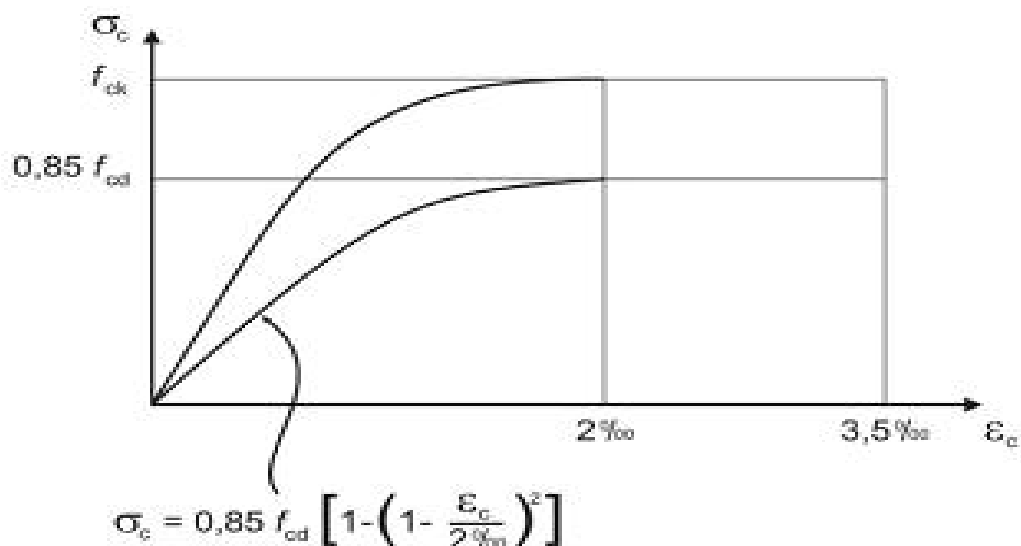


Figura 2 - Diagrama Tensão - Deformação do Concreto
 Fonte: CARVALHO, 2009

Para análise no estado-limite último, pode ser empregado o diagrama tensão-deformação idealizado, no qual se supõe que a variação de tensões no concreto ocorre de acordo com um diagrama parábola-retângulo, definido com tensão de pico igual $0,85.f_{cd}$.

2.3.2 Módulo de Elasticidade

Segundo a NBR 6118:2003, item 8.2.8, o módulo de elasticidade do concreto, deve ser obtido segundo ensaio descrito na NBR 8522:1984, considerando-se o módulo de deformação tangente inicial a 30% de f_c .

Não existindo ensaios ou dados mais precisos para obtenção do módulo de elasticidade sobre o concreto na idade de 28 dias, pode-se estimar o valor inicial pela equação:

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Equação 4})$$

Com E_{ci} e f_{ck} expressos em MPa.

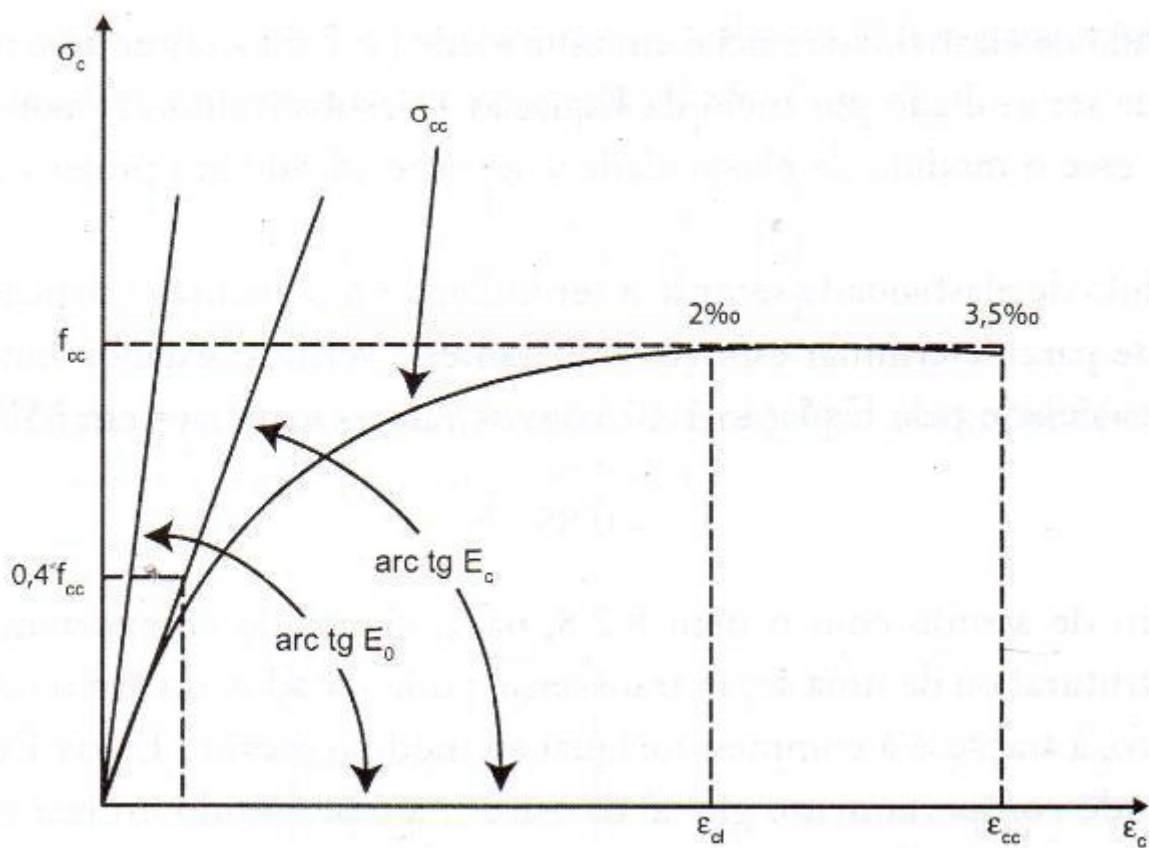


Figura 3 Diagrama tensão-deformação do concreto
 Fonte: CARVALHO, 2009)

2.3.3 Aços para Concreto Armado

No Brasil, os aços utilizados na construção civil, especificamente no concreto armado, podem ser classificados em dois grupos. O primeiro, mais comum, é formado pelos aços laminados a quente também chamado de aços de dureza natural. Já o segundo grupo é composto pelos aços encruados a frio, ou seja, são obtidos por tratamento a frio dos aços laminados a quente.

Tabela 2 Característica das barras de aço

Aço	f_{yk} (MPa)	f_{yd} (MPa)	ϵ_{yd} (%)	$\epsilon = x/d$
CA-25	250	217	0,104	0,7709
CA-50	500	435	0,207	0,6283
CA-60	600	522	0,248	0,5900

(Fonte: CARVALHO, 2009)

2.3.4 Aços Laminados à Quente

Os aços laminados à quente não passam por tratamento algum após o processo de laminação, sendo suas características elásticas obtidas por uma composição química. Apresentam um patamar de escoamento bem definido, e são caracterizados por apresentarem grandes deformações na ruptura.

Por ser um produto oriundo da laminação à quente, não apresenta restrições quanto ao uso de soldas e se comporta bem em casos de incêndio a temperaturas até 600 °C.

2.3.5 Aços Encruados à Frio

Os aços encruados à frio são aqueles obtidos por uma deformação a frio posteriormente ao processo de laminação à quente.

Este processo altera as propriedades mecânicas do aço, aumentando sua resistência à tração e a sua dureza, porém perde ductilidade e capacidade de alongamento.

Contrariamente aos aços laminados à quente, não é aceitável que se utilize soldas neste tipo de aço. Pois, com uma temperatura de apenas 40% da temperatura de fusão os cristais tenderão a um reagrupamento e o encruamento irá desaparecer. Sendo assim, o aço perderá resistência.

Devido ao processo de fabricação os aços encruados a frio caracterizam-se pela ausência de um patamar de escoamento.

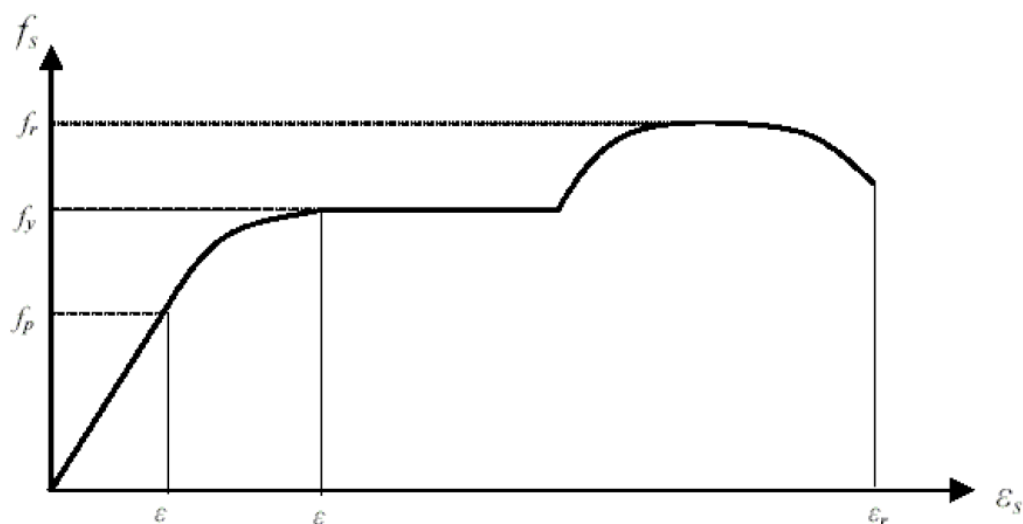


Figura 4 Gráfico Tensão-deformação dos Aços Laminados
(Fonte: ALMEIDA, 2002)

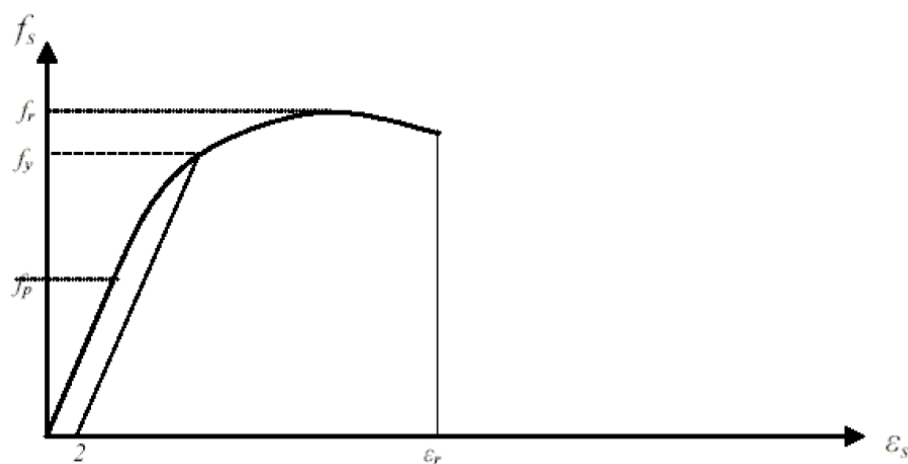


Figura 5 Gráfico- deformação dos Aços Encruados
(Fonte: ALMEIDA, 2002)

Um trecho reto da origem até f_p , o que indica proporcionalidade entre tensão e deformação. Para os aços laminados a quente tem-se um patamar com tensão constante f_y . Um trecho curvo ascendente de f_y até f_r , onde ocorre a ruptura.

Os aços laminados a frio não apresentam um patamar de escoamento definido. Sendo assim, quando a tensão aplicada ultrapassa o limite elástico, mesmo após o descarregamento haverá uma deformação residual permanente, tão maior quanto o valor da carga aplicada.

Tabela 3 Características das barras de aço

Fios	Barras ϕ (mm)	Diâmetro (cm)	Peso (daN/m - kgf/m)	Perímetro (cm)	Área (cm ²)
3,2	-	0,32	0,063	1,00	0,080
4,0	-	0,40	0,100	1,25	0,125
5,5	5,5	0,55	0,186	1,73	0,240
6,3	6,3 (1/4")	0,63	0,248	2,00	0,315
8,0	8,0 (5/16")	0,80	0,393	2,50	0,500
10,0	10,0 (3/8")	1,0	0,624	3,15	0,800
-	12,5 (1/2")	1,25	0,988	4,00	1,250
-	16,0 (5/8")	1,60	1,570	5,00	2,000
-	20,0 (3/4")	2,0	2,480	6,30	3,150
-	22,5 (7/8")	2,25	3,120	7,10	4,000
-	25,0 (1")	2,50	3,930	8,00	5,000
-	32,0 (1,25")	3,20	6,240	10,0	8,000

(Fonte: CARVALHO, 2009)

O limite convencional da deformação permanente para os aços encruados a frio é de 0,2%. Conforme a Figura 06.

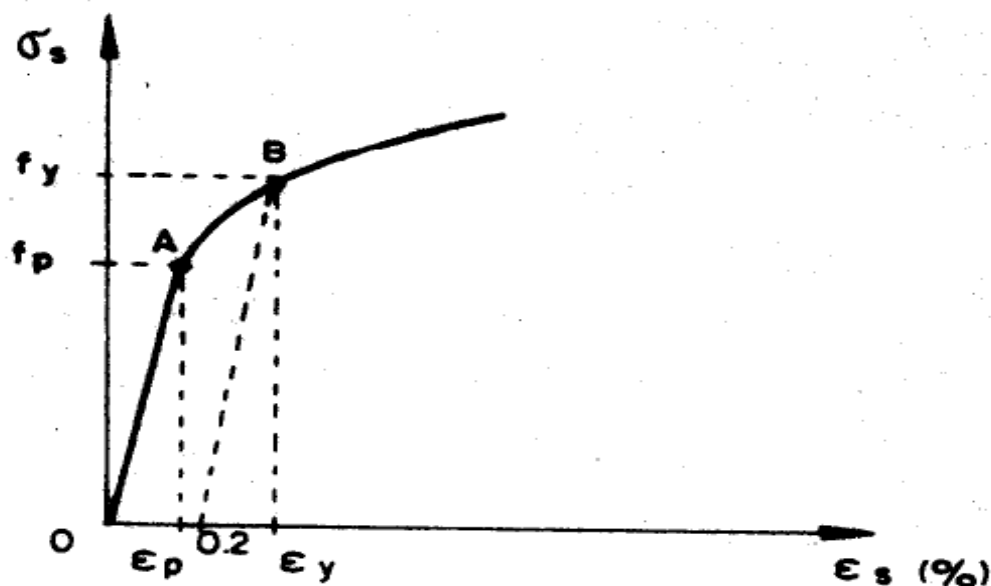


Figura 6 Limite da Deformação Permanente para Aço Encruado a Frio
(Fonte: ALMEIDA, 2002)

2.3.6 Módulo de Elasticidade

Para os aços laminados aquecido tem-se o módulo de elasticidade igual a 2.100.000 kgf/cm². Já para os aços encruados a frio define-se o valor de 2.050.000 kgf/cm² (CARVALHO & FIGUEIREDO, 2013).

2.3.7 O Concreto Armado

Como já dito anteriormente o concreto simples é um material resultante da mistura de cimento, areia, pedra e água. Apesar disso, dentro de certos limites, pode ser considerado como isotrópico e homogêneo, pois suas propriedades físicas são as mesmas em todas as direções e pontos. Entretanto, ao contrário da madeira e do aço, as suas resistências à tração e à compressão são muito diferentes, sendo esta por volta de dez vezes o valor da primeira. Por isso, para tornar seu uso viável nos elementos estruturais, utiliza-se junto ao concreto, o aço em forma de barras, que tem resistência a tração muito elevada, originando-se um terceiro material, o concreto armado.

Para que seja um material eficiente, é necessário ainda que o aço tenha uma ligação perfeita com o concreto. Os dois materiais devem trabalhar solidariamente, através das forças de aderência entre a superfície do aço e o concreto, pois as barras de aço tracionadas funcionam quando o concreto que as envolve começa a se deformar, alongando-as, o que as caracteriza como armaduras passivas (CARVALHO & FIGUEIREDO, 2013).

A resistência à tração do concreto armado é dada em função apenas da armação, já que o concreto simples apresenta uma resistência desprezível a esse esforço. Nesta situação, o concreto tem a função de proteger a armadura (REBELLO, 2011). No entanto, não se pode evitar o aparecimento de fissuras no concreto solicitado à tração, a armadura, deve, porém, fazer com que as fissuras no concreto permaneçam na ordem de grandeza de capilares, isto é, que não sejam facilmente visíveis a olho nu, evitando ainda a corrosão (LEONHARDT e MONNING, 1978).

Ainda para Leonhardt & Monning (1978), quanto à compressão, a armadura tem função de aumentar a capacidade resistente e a segurança de peças comprimidas contra a flambagem. Quando ocorrem tensões de compressão muito elevadas, é necessário dispor de uma armadura transversal ou um cintamento, que garanta o concreto contra o risco de fendilhamento devido à deformação transversal ou à tração transversal, este fenômeno ocorre geralmente em pilares.

2.3.8 Flexão Simples

A flexão simples é definida como a flexão sem força normal, quando esta existe, a flexão passa a ser composta. Solicitações normais são aquelas cujos esforços solicitantes produzem tensões normais às seções transversais dos elementos estruturais. Os esforços que provocam tensões normais são o momento fletor (M) e a força normal (N).

Nas estruturas de concreto armado são três os elementos estruturais mais importantes: as lajes, as vigas e os pilares, sendo que dois desses elementos, as lajes e vigas, geralmente estão submetidos à flexão simples, podendo ainda haver casos de flexão composta. Dito isto, o dimensionamento das seções, particularmente retangulares, mas também as em T, sob flexão simples, é a atividade diária mais comum aos engenheiros projetistas (SANTOS, 1983).

Segundo Rebello (2011), as vigas de concreto armado, por estarem sujeitas predominantemente ao momento fletor, que é o esforço mais desfavorável na hierarquia dos esforços, são o sistema estrutural que exigem maior consumo de material e maior resistência.

2.4 Vigas de Concreto Armado Submetidas à Flexão Reta

Vigas são “elementos lineares em que a flexão é predominante” (NBR 6118/14, item 12.4.1.1). Elementos lineares são aqueles em que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal, sendo também denominada barras.

Uma viga de concreto simples, atingirá o colapso devido ao aparecimento precoce das fissuras no bordo inferior, que irão se estender até o bordo comprimido rapidamente, não deixando a viga se deformar muito até a ruptura. Essas fissuras são decorrentes da baixa resistência do concreto à tração e geram uma ruptura brusca, sem aviso.

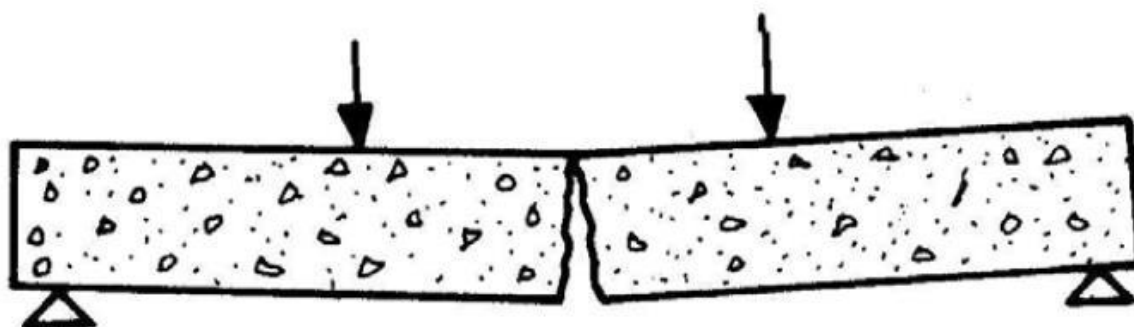


Figura 7 Viga de Concreto Simples
(Fonte:ALMEIDA, 2002)

Considerando uma viga de concreto armado biapoiada submetida a duas forças concentradas crescentes e de igual intensidade com uma armadura composta por barras de aço no sentido longitudinal, resistentes às tensões de tração consequentes da flexão, por mais que existam as fissuras na região tracionada, a armadura irá garantir que a viga se deforme demasiadamente até entrar em colapso, o que caracteriza uma ruptura dúctil, ou seja, com aviso.

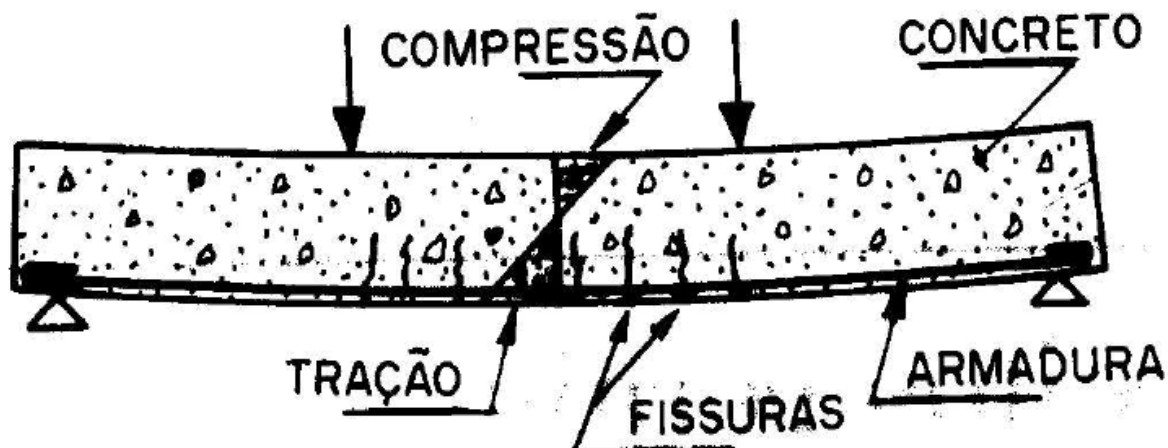


Figura 8 Viga Concreto Armado Biapoiada
(Fonte:ALMEIDA, 2002)

Enquanto a resistência à tração do concreto é superior às tensões principais de tração, não surgem fissuras na viga. As primeiras fissuras de flexão só surgem na região de máximos momentos fletores, no centro da viga, no instante em que as tensões de tração atuantes igualam e superam a resistência do concreto à tração. A direção das fissuras é aproximadamente perpendicular à direção das tensões principais de tração, ou seja, a inclinação das fissuras depende da inclinação das tensões principais de tração. Por esta razão, na região de flexão pura, as fissuras são verticais. Vale lembrar que além da armadura longitudinal, as vigas também recebem uma armadura transversal, chamada de estribo, com função de combater os esforços cortantes. Porém, as análises de cada uma das armaduras, de flexão e de esforço cortante, podem ser feitas separadamente, uma vez que são provenientes de esforços diferentes (Mörsch, 1952).

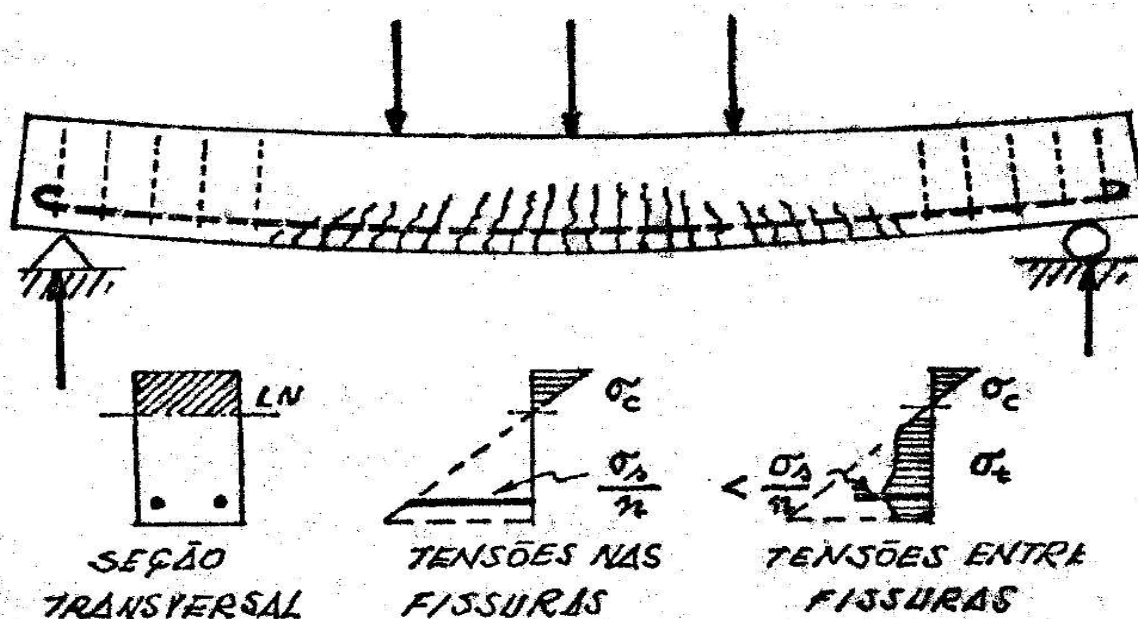


Figura 9 Fissura em Vigas de Concreto Armado
(Fonte:ALMEIDA, 2002)

2.4.1 Vigas com Armadura Simples

Define-se viga com armadura simples as seções fletidas que necessitam de armadura longitudinal apenas nos bordos tracionados.

As tensões de compressão no bordo comprimido são resistidas pelo concreto. Porém, faz-se uso de uma armadura longitudinal nessa região com função construtiva para facilitar a montagem dos estribos.

2.4.2 Vigas com Armadura Dupla

Quando as tensões de compressão são elevadas, deve-se aumentar a área do bordo comprimido para que o concreto consiga resistir. Porém, ao passo que se aumenta a área de compressão, aumenta-se a profundidade da linha neutra (L.N.), fazendo com que a viga trabalhe numa zona de ruptura frágil.

Para contornar esta situação, faz-se uso de uma armadura longitudinal no bordo comprimido, a qual tem por finalidade contribuir com o concreto a resistir as tensões exercidas, diminuindo a área de concreto comprimida e também a altura da linha neutra.

2.4.3 *Objetivos do Dimensionamento*

Segundo Rüsçh (1981) um dimensionamento adequado deve garantir que a estrutura resista, com segurança e em estado perfeita, a todas as solicitações a que estiver submetida durante sua construção e subsequente utilização, efetuadas em condições razoáveis.

Segundo Carvalho e Figueiredo (2013) o dimensionamento de uma estrutura deve garantir que ela suporte, de forma segura, estável e sem deformações excessivas, todas as solicitações a que está submetida durante sua execução e utilização. Sendo assim, o dimensionamento consiste em impedir a ruína da estrutura ou de determinada parte dela. Por ruína não se entende apenas o perigo de ruptura, que ameaça a vida dos ocupantes, mas também as situações em que a edificação não apresenta um perfeito estado para utilização, por causa de deformações excessivas e grandes fissuras.

Segundo a NBR 6118:2003, item 12.2.1, o objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar verificações de estados-limite últimos e de serviço. A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos em uma parte ou em toda a estrutura.

Existe ainda uma dificuldade conseqüente da incerteza de prever perfeitamente as condições a que a estrutura estará sujeita. Isto é válido para as cargas que atuarão na vida útil da estrutura e também para a resistência dos distintos elementos estruturais (RÜSCH, 1981). Além ainda da incerteza quanto à resistência dos materiais utilizados, existe uma incerteza quando ao comportamento real dos elementos estruturais concebidos com estes materiais.

Para Carvalho e Figueiredo (2013) não se pode pretender que uma estrutura tenha total segurança contra todos os fatores aleatórios que intervêm nas edificações. Porém o cálculo (dimensionamento) de uma estrutura consiste em comprovar que uma seção previamente conhecida é capaz de suportar as solicitações mais desfavoráveis que possam atuar, ou, dimensionar uma seção não definida completamente a fim de que suporte as solicitações máximas que pode estar sujeita.

2.4.4 Métodos de Cálculo

Para o cálculo das estruturas de concreto armado pode-se basicamente definir dois grupos. Os métodos clássicos, ou das tensões admissíveis, e os métodos de cálculo na ruptura (ou dos estados-limite último). Os métodos clássicos, na maioria das vezes, tendem a um superdimensionamento das estruturas. Por isso seu uso, atualmente, não é comum.

2.4.5 Métodos Clássicos

Para esses métodos, são definidas as solicitações (M, N e V) correspondentes às cargas de utilização (cargas máximas); calculam-se as tensões máximas correspondentes, supondo um comportamento completamente elástico dos materiais. As tensões máximas são limitadas a uma parcela da resistência dos materiais (tensões admissíveis), sendo garantida a segurança da estrutura.

2.5 Métodos de Cálculo na Ruptura (ou dos estados limite)

Nesses métodos, a segurança é garantida fazendo com que as solicitações correspondentes às cargas majoradas sejam menores que as solicitações últimas, sendo estas as que levariam a estrutura à ruptura, ou atingir um estado-limite último se os materiais tivessem suas resistências reais minoradas por coeficientes de ponderação das resistências.

Segundo Carvalho e Figueiredo (2013) o método dos estados-limite é um processo simplificado de verificação de segurança, visto que uma análise probabilística completa seria muito complexa. Resumidamente o método consiste em:

- Adotar os valores característicos para as resistências e para as ações, dessa forma se aceita que, as resistências possam ser inferiores aos seus valores característicos e que as ações efetivas possam ser superiores aos seus valores característicos; e*
- Cobrir os demais elementos de incerteza existentes no cálculo estrutural pela transformação dos valores característicos em valores de cálculo: minorando-se as resistências e majorando-se as ações.*

Existem dois estados-limites nas estruturas de concreto armado, o de serviço e o último, ELS e ELU, respectivamente. O ELU está relacionado ao colapso estrutural, ou qualquer outra forma de ruína da estrutura que implique na paralisação de seu uso. Já o ELS está relacionado com a durabilidade das estruturas, a aparência, ao conforto do usuário e o equilíbrio.

2.5.1 Estádios

Os estádios são divididos em três fases:

- 1. Estádio 1;*
- 2. Estádio 2;*
- 3. Estádio 3.*

Correspondem ao comportamento da viga até o colapso.

2.1.5.2 Estádio 1 (estado elástico)

O momento fletor que age sob a viga tem pequena intensidade, por tanto as tensões de tração no concreto não ultrapassam a sua resistência característica à tração (f_{tk}):

- ✓ O diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear;*
- ✓ As tensões nas fibras mais comprimidas são proporcionais às deformações, correspondendo ao trecho linear do diagrama tensão-deformação do concreto; e*
- ✓ Não há fissuras visíveis a olho nu.*

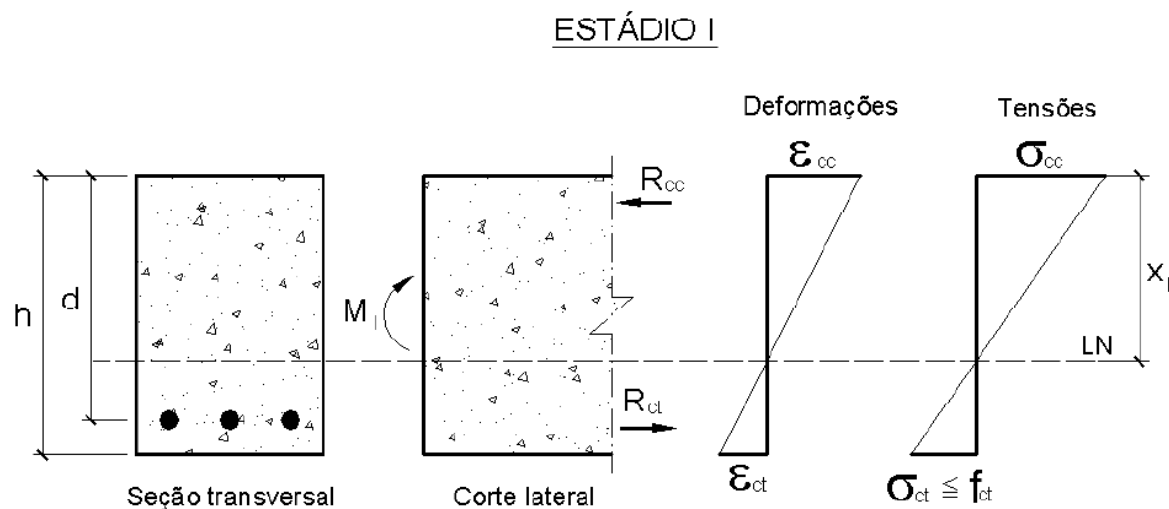


Figura 10 Comportamento do Concreto na Flexão Pura, Estádio I
(Fonte: PINHEIRO, 2010)

2.1.5.3 Estádio 2- Estado de fissuração

Aumentando-se a intensidade do momento fletor, as tensões de tração em quase todos os pontos abaixo da linha neutra (LN) terão valores superiores ao da resistência do concreto à tração (f_{tk}):

- ✓ apenas o aço resiste aos esforços de tração;
- ✓ a tensão de compressão no concreto continua tendo comportamento linear;
- ✓ as fissuras de tração no bordo inferior da viga são visíveis.

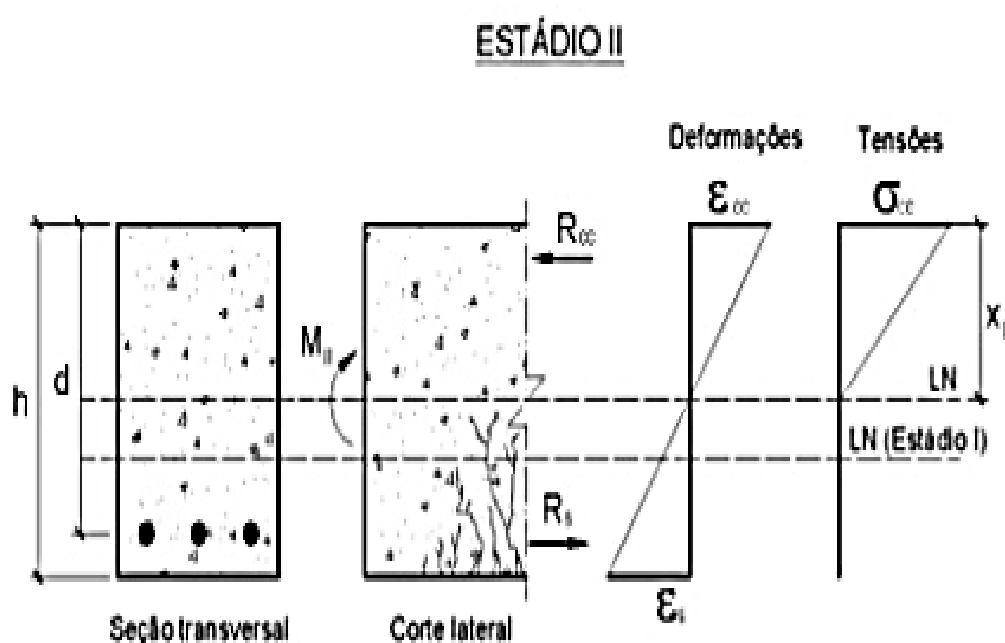


Figura 11 Comportamento do Concreto na Flexão Pura, Estádio 2
(Fonte: PINHEIRO, 2010)

2.1.5. Estádio 3 Ruína

O momento fletor agora passa a ter valor próximo ao de ruína.

- ✓ *A fibra mais comprimida do concreto começa a escoar a partir da deformação específica de 0,2%, chegando a atingir, sem aumento de tensão, 0,35%;*
- ✓ *O diagrama de tensões tende a ficar uniforme, com quase todas as fibras trabalhando à tensão máxima e alcançando deformações superiores a 0,2%;*
- ✓ *A peça está bastante fissurada, com as fissuras se aproximando da linha neutra, fazendo com que sua profundidade diminua, e conseqüentemente, a região de concreto comprimido também;*

supõe-se que a distribuição de tensões no concreto ocorra segundo um diagrama parábola-retângulo.

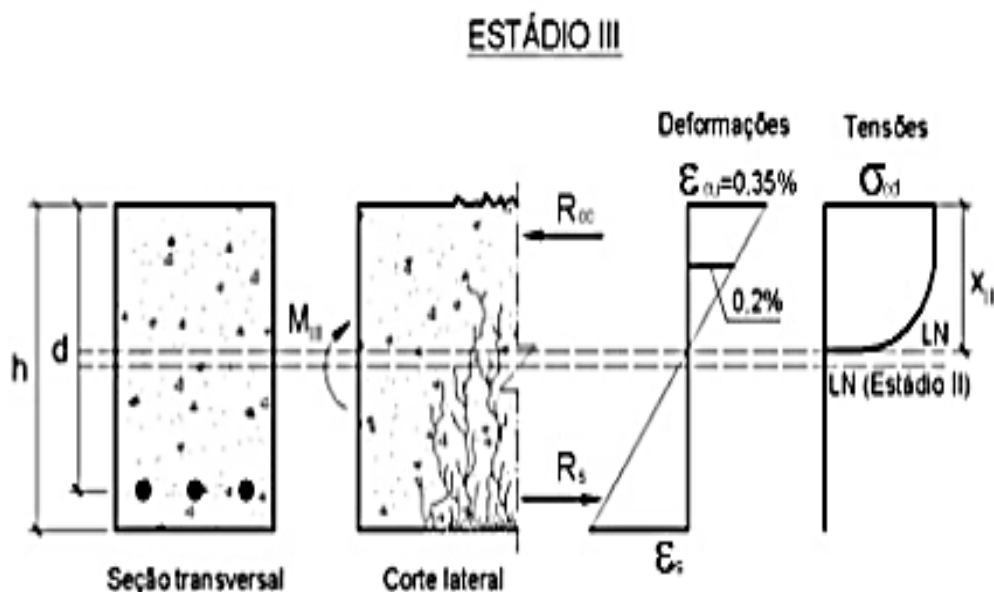


Figura 12 Comportamento do Concreto na Flexão pura, Estádio 3
(Fonte: PINHEIRO, 2010)

Pode-se dizer que os estádios 1 e 2, correspondem às situações de serviço, e o estágio 3, corresponde ao estado-limite último, o qual só ocorre em situações extremas, e no qual deve-se fazer o dimensionamento.

2.5.2 Hipóteses Básicas

Hipóteses básicas para o cálculo no estado-limite último, ou estágio 3.

As seções transversais permanecem planas após o início da deformação até o estado-limite último. As deformações são, em cada ponto, proporcionais à sua distância até a linha neutra da seção (hipótese de Bernoulli). Admite-se uma perfeita aderência entre o aço e o concreto, dessa forma, a deformação específica de uma barra da armadura, em tração ou compressão, é igual à deformação específica do concreto adjacente. As tensões de tração no concreto são desprezadas.

A ruína da seção transversal se caracteriza por deformações específicas de cálculo do concreto (ϵ_c), na fibra mais comprimida, e do aço (ϵ_s), na fibra mais tracionada, em que uma delas ou ambas atingem os valores últimos.

Encurtamentos últimos do concreto:

- ✓ $\epsilon_{cu} = 0,35\%$ nas seções parcialmente comprimidas (flexão); e
- ✓ $\epsilon_{cu} = 0,2\%$ a $0,35\%$ nas seções inteiramente comprimidas.

Alongamento último das armaduras:

- ✓ $\epsilon_{su} = 1,0\%$ ao longo da armadura tracionada para prevenir deformação plástica excessiva.

A tensão nas armaduras é obtida a partir do diagrama de tensão – deformação.

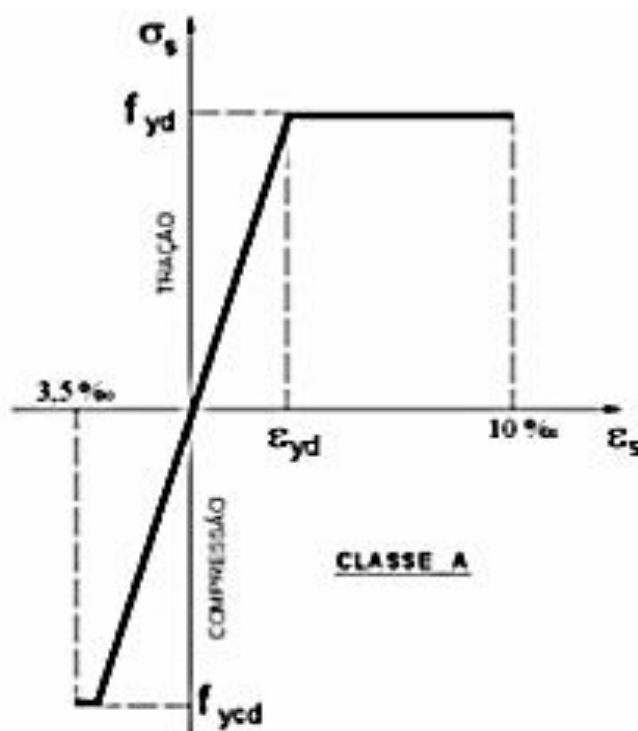


Figura 13 Diagrama Tensão-de-formação do Aço
(Fonte: PINHEIRO, 2010)

Admite-se que a distribuição de tensões no concreto seja feita de acordo com o diagrama parábola retângulo, com base no diagrama tensão – deformação simplificado do concreto, com tensão máxima igual $0,85f_{ck}$. O diagrama parábola – retângulo é composto por uma parábola do 2º grau, com vértice na fibra correspondente à deformação de compressão de $0,2\%$ e um trecho reto entre as deformações, $0,2\%$ e $0,35\%$. É permitida a

substituição do diagrama parábola – retângulo por um diagrama retangular com altura $0,8x$, em que x é a profundidade da linha neutra, com a tensão sendo $0,85 f_{cd}$ nos casos em que a largura da seção aumentar a partir da linha neutra até o bordo comprimido, e $0,85 f_{cd}$, nos casos em que a largura da seção diminuir a partir da linha neutra até o bordo comprimido.

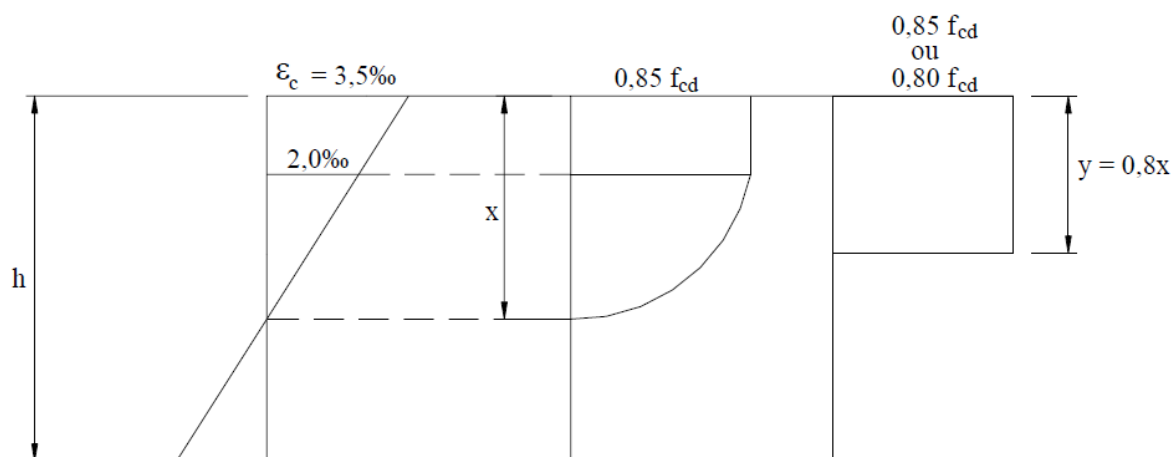


Figura 14 Diagrama de Tensões
(Fonte: PINHEIRO, 2010)

2.6 Domínios de Deformação

Os diversos casos possíveis de distribuição das deformações do concreto e do aço na seção transversal que levam à ruptura definem os domínios de deformação. Na flexão, como a tração é resistida pela armadura, a posição da linha neutra deve estar entre zero e d (altura útil da viga), ou seja, nos domínios 2,3 e 4, uma vez que para $x < 0$ (domínio 1) a seção está totalmente tracionada, e para $x > d$ (domínios 4ª e 5) a seção encontra-se completamente comprimida.

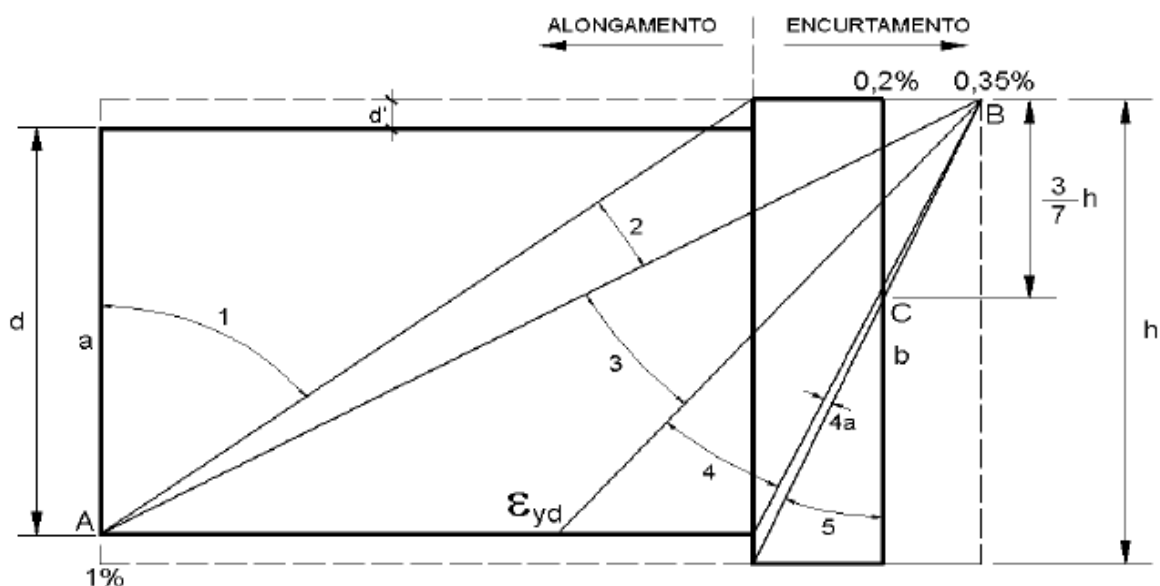


Figura 15 Domínios de Deformação na Ruína
(Fonte: PINHEIRO, 2010)

2.6.1 Domínio 2

A ruína se dá por deformação plástica excessiva do aço, com a deformação máxima de 1,0%, portanto $\sigma_{sd} = f_{yd}$. A deformação no concreto varia entre 0% e 0,35%. Sendo assim, o concreto não trabalha com sua capacidade máxima, o que leva a um mau aproveitamento do material. A profundidade da linha neutra varia de 0 até $0,259d$ ($0 < \beta x < 0,259d$), pois:

$$\beta x = \frac{\varepsilon_c}{(\varepsilon_c + \varepsilon_s)} = \frac{3,5}{(3,5 + 10)} = 0,259 \quad (\text{Equação 5})$$

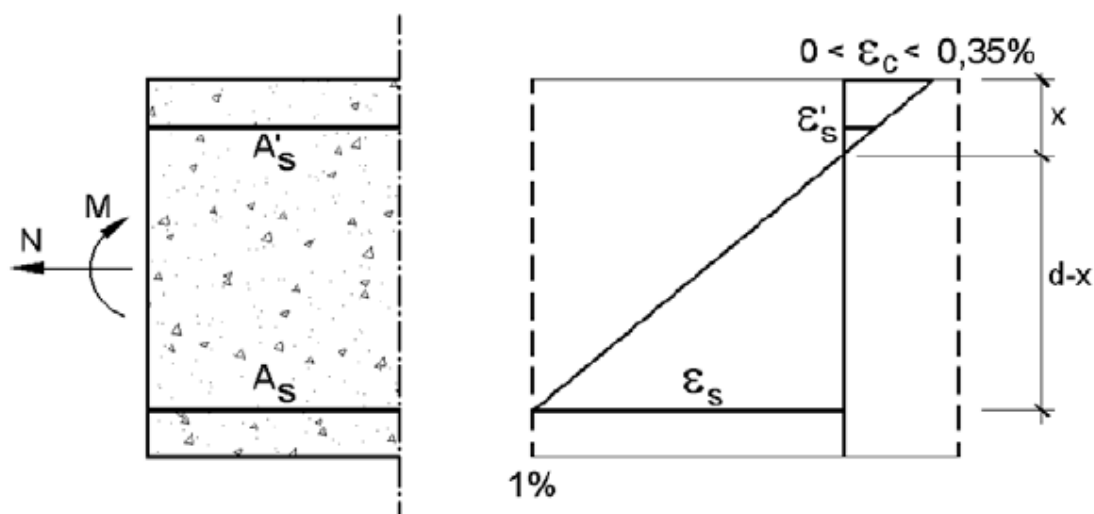


Figura 16 *Variação 0% e 35%*
(Fonte: PINHEIRO, 2010)

2.6.2 Domínio 3

No domínio 3, a ruína se dá por ruptura do concreto com deformação máxima $\epsilon_c = 0,35\%$ e, na Armadura tracionada, a deformação varia de ϵ_{yd} até $1,0\%$, ou seja, o aço está escoando, com tensão $\sigma_{sd} = f_{yd}$.

Esta é a situação ideal para o projeto, pois há o aproveitamento máximo dos dois materiais. A ruína é dúctil, pois ocorre com aviso, havendo fissuração aparente e flechas significativas. Diz-se que a seção é subarmada. A posição da linha neutra varia de $0,259d$ até x_{34} ($0,259d < \beta x < \beta_{34}$).

$$\beta x_l = \frac{\epsilon_c}{(\epsilon_c + \epsilon_{yd})} = \frac{3,5}{(3,5 + \epsilon_{yd})}; \epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_S} \quad (\text{Equação 6})$$

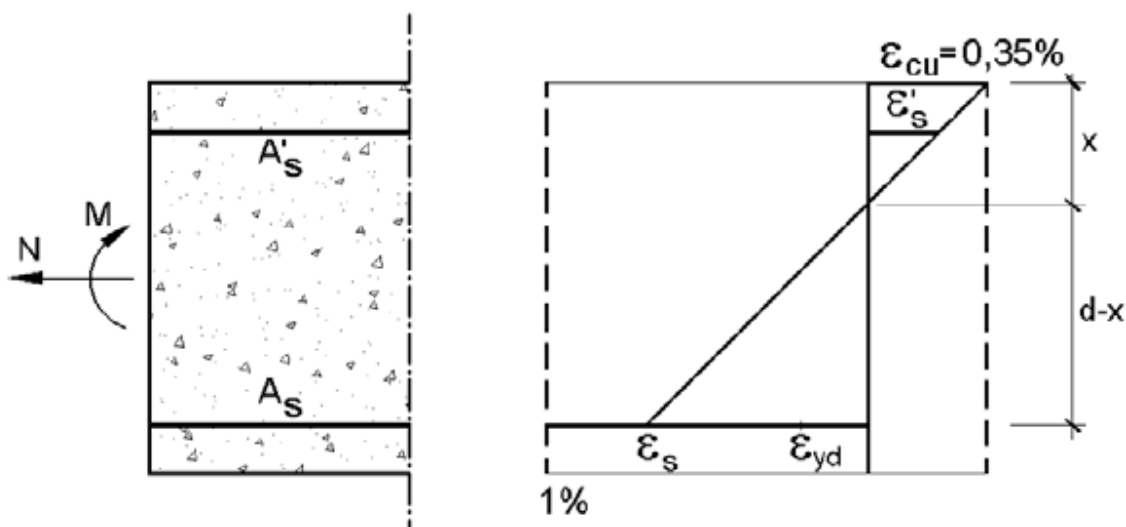


Figura 17
 Fonte: PINHEIRO, 2010)

2.6.3 Domínio 4

Assim como no domínio 3, o concreto encontra-se na ruptura, com $\epsilon_c = 0,35\%$. Porém, o aço apresenta deformação abaixo de ϵ_{yd} , e, portanto, ele está sendo mal aproveitado.

O dimensionamento neste domínio deve ser evitado, uma vez que, além de ser antieconômico, a ruína se dá por ruptura do concreto sem escoamento do aço, caracterizando uma ruptura brusca sem aviso. As peças dimensionadas nesse domínio são chamadas de superdimensionadas.

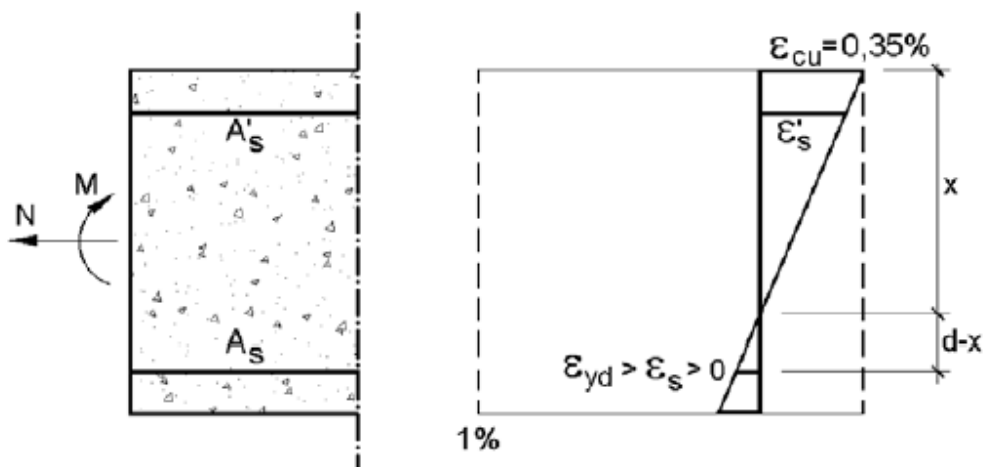


Figura 18
(Fonte: PINHEIRO, 2010)

3 MÉTODOS SIMPLIFICADOS

3.1 Método Simplificado 1 (MS1)

A equação simplificada para cálculo de A_s , proposta por Mörsch foi baseada no comportamento elástico dos materiais. O Método Simplificado 1 (MS1) consiste em conformar sua equação com o dimensionamento dos estados-limite últimos (ELU), proposto pela NBR 6118.

Considera-se que a viga tem um comportamento análogo ao de uma treliça de banzos paralelos. O concreto e a largura da base da seção transversal da viga são desprezados.

3.1.1 Binário Interior (Resultante)

Consideram-se duas resultantes para o equilíbrio da seção transversal. Uma de compressão (R_c), formada pelo banzo superior (comprimido) e outra de tração (R_t) formada pelo banzo inferior (tracionado).

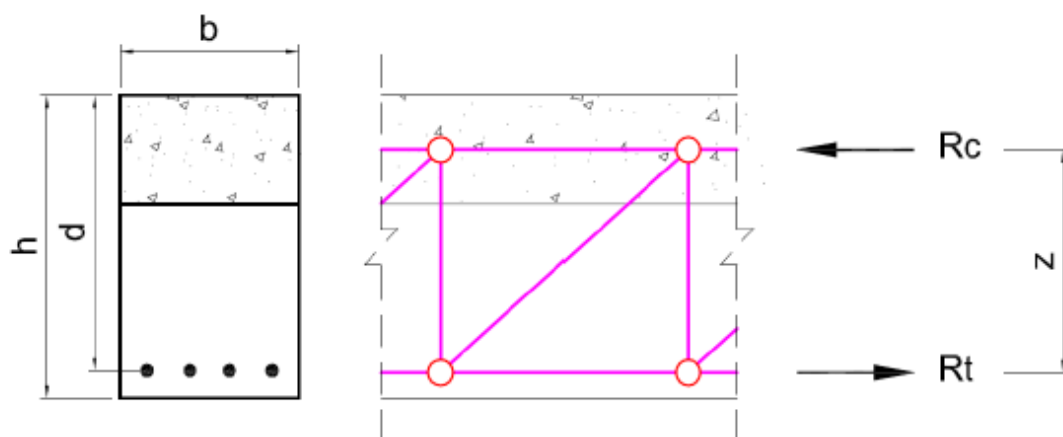


Figura 19 Resultantes e braço fixo
(Fonte: autor)

3.1.2 Braço

O braço do binário (z), formado pelas resultantes R_t e R_c , é fixo e seu valor é dado em função da máxima profundidade da linha neutra (LN). Segundo a NBR 6118 (2014) para concretos com f_{ck} inferior a 50 MPa, o valor de x/d é de $0,45d$. Sendo assim, o braço da alavanca define-se por:

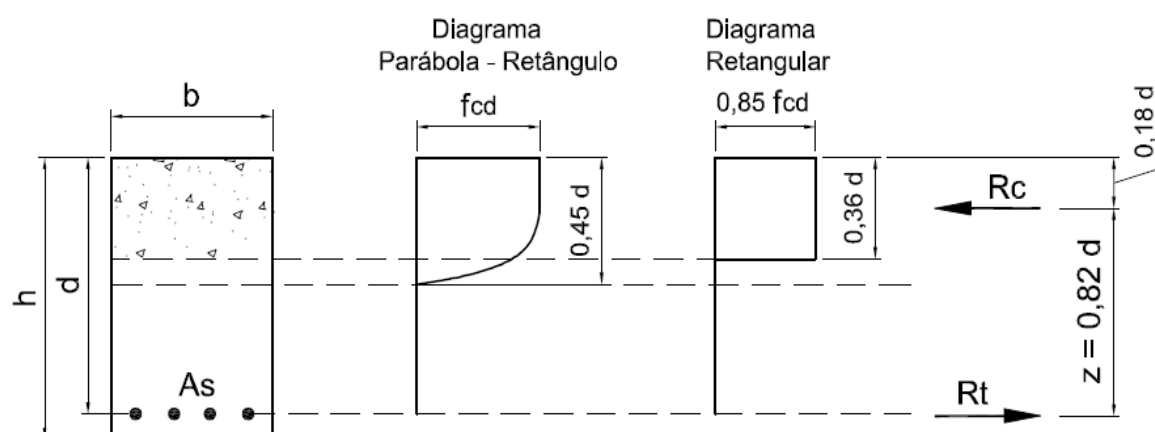


Figura 20 Braço do binário interior
(Fonte: Autor)

Armadura de Tração (As)

Cálculo das resultantes, R_c e R_t ;

$$R_c = R_t = \frac{MD}{0,82D} \quad (1)$$

Cálculo da área de aço tracionado (A_s);

$$A_s = \frac{R_t}{F_{yd}} \quad (2)$$

Aplicando-se a equação (1) na equação (2), tem-se:

$$A_s = \frac{Md}{0,82d \cdot F_{yd}} \quad (3)$$

Considerando $f_{yd} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$ e substituindo na equação (3), obtém-se que;

$$A_s = \frac{Md}{35,67d} \quad (4)$$

Sendo,

Md em kN.cm ;

$d = (h - 4)$ em cm ; e

A_s em cm^2

3.2 Método Simplificado 2 (MS2)

O Método Simplificado 2 (MS2) é oriundo do MS1, considera que a viga tem um comportamento análogo ao de uma treliça de banzos paralelos. Porém, o braço de alavanca do binário interior formado pelas resultantes R_c e R_t deixa de ser fixo. Admite-se uma variação em função da largura da base da seção transversal e da resistência do concreto (f_{ck}).

Analisando-se as duas vigas da figura abaixo, V1 e V2, ambas solicitadas por um mesmo momento, percebe-se que com o aumento da largura da base da seção transversal de b_1 para b_2 , mantendo-se a mesma área de concreto ($A_{c1} = A_{c2}$), há um aumento no braço de alavanca ($z_2 > z_1$). Portanto, haverá uma diminuição na área de aço tracionado ($A_{s1} > A_{s2}$). O mesmo ocorre quando se aumenta a resistência do concreto (f_{ck}).

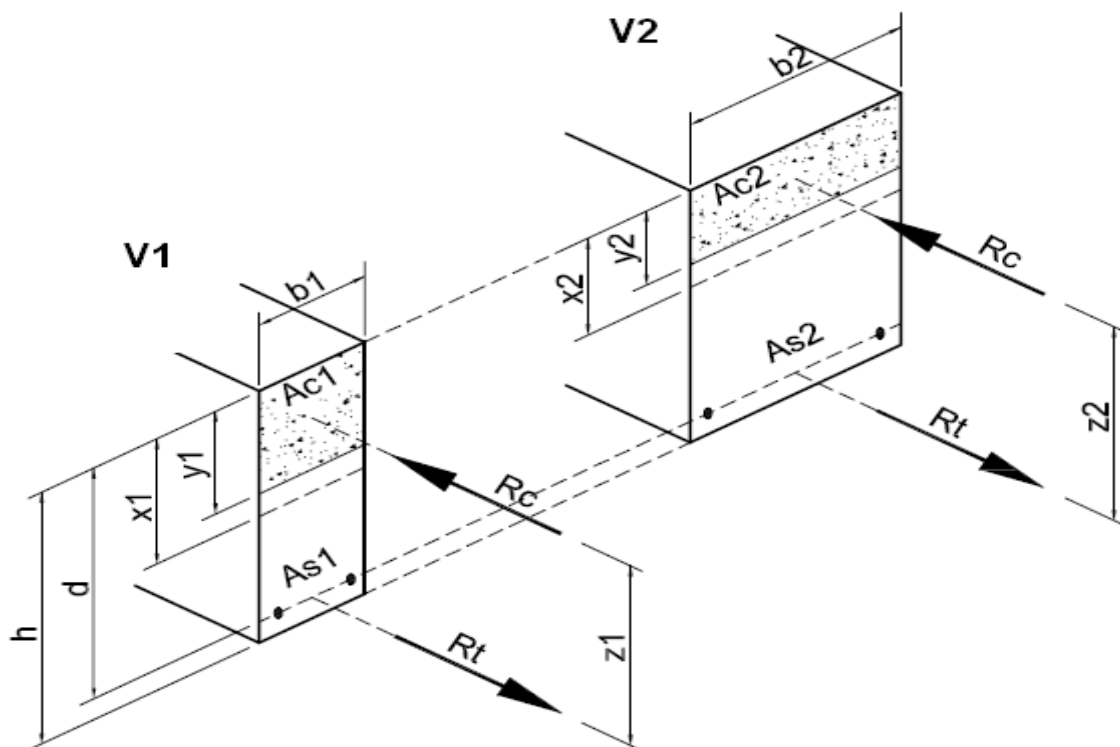


Figura 21
(Fonte: Autor)

3.3 Binário Interior (Resultantes)

Igualmente ao MSI são consideradas duas resultantes, uma de compressão (R_c) e outra de tração (R_t). Para o banzo comprimido, considera-se uma área de concreto (A_c) e para o banzo tracionado uma área de aço (A_s).

A resultante de compressão (R_c) age na meia altura da área de concreto comprimido (A_c), e a resultante de tração (R_t), que representa a armadura longitudinal tracionada, age no centro de gravidade geométrico das barras que a compõe.

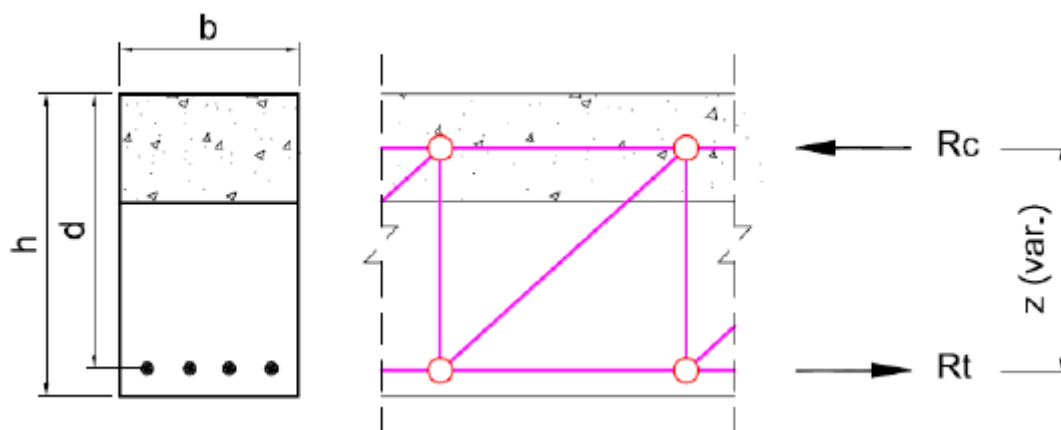


Figura 22 Resultantes e braço variável
(Fonte: Autor)

3.3.1 Braço

O braço do binário (z), formado pelas resultantes R_t e R_c , varia em função da área de concreto (A_c) que compõe o banco comprimido (superior). O cálculo estimado de A_c pode ser feito através da equação 4 substituindo-se a tensão do aço (f_{yd}) pela tensão do concreto ($0,85 f_{cd}$).

$$A_c = \frac{M_d}{0,82d * 0,85F_{cd}} \quad (5)$$

Conhecendo-se A_c , é possível determinar o braço de alavanca do binário interno segundo o diagrama retangular de tensão e deformação do concreto, conforme figura abaixo

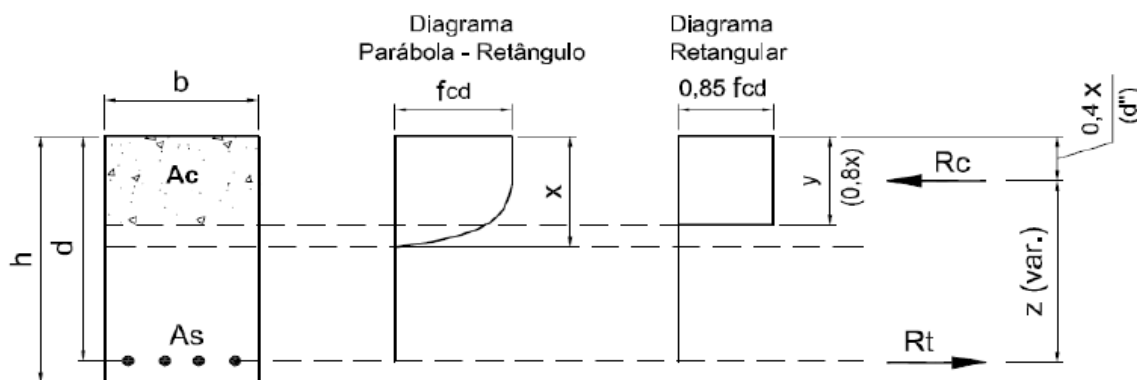


Figura 23 Braço do binário interior variável
(Fonte: Autor)

$$d'' = \frac{Ac}{2*b*d} \quad (6)$$

Aplicando-se à equação (6), a equação (5), tem-se que:

$$d'' = \frac{Md}{f_{ck}*b*d^2} \quad (7)$$

Admite-se que $d''_{m\acute{a}x} = 0,18$.

Onde, Md em $kN.cm$

f_{ck} em kN/cm^2

b e d em cm

Para valores $d'' > 0,18$, deve-se tomar $d'' = 0,18$. Pois, este valor se refere à máxima área de concreto comprimida admita pela norma NBR 6118 (2014).

Conhecendo-se o valor de d'' , pode-se calcular z ;

$$Z = d(1 - d'') \quad (8)$$

3.3.2 Armadura de Tração(A_s)

Cálculo das resultantes, R_c e R_t ;

$$R_c = R_t = \frac{Md}{d(1-d'')} \quad (9)$$

Aplicando-se a equação (2) na equação (9), pode-se calcular a área de aço tracionado (A_s);

$$A_s = \frac{Md}{d(1-d'')f_{yd}} \quad (10)$$

Considerando $f_{yd} = 43,5 kN/cm^2$, e substituindo o valor na equação (10), tem-se que:

$$A_s = \frac{Md}{d(1-d'')43,5} \quad (11)$$

Sendo,

Md em $kN.cm$;

d'' adimensional;

$d = (h-4)$ em cm ; e

A_s em cm^2 .

3.3.3 Cálculo da Armadura de Compressão (A'_s)

Pode-se dimensionar a armadura longitudinal de compressão (A'_s), a partir da área máxima de concreto comprimida ($A_{c\text{máx}}$), transformando-a em uma área de aço equivalente A_{se} , e subtraindo seu valor da área de aço tracionado (A_s), conforme a figura abaixo:

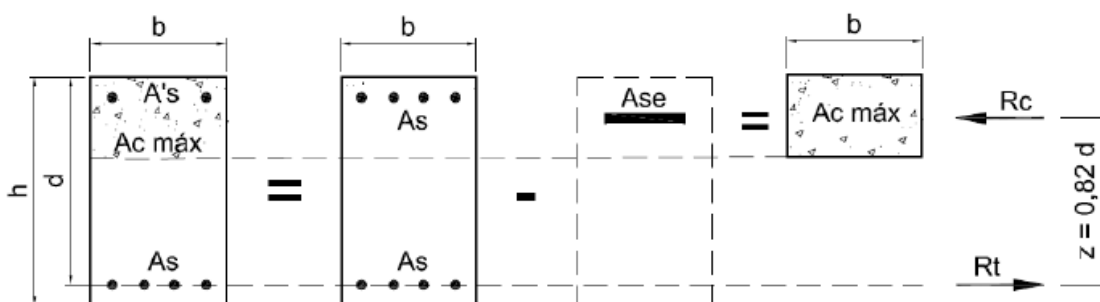


Figura 24 Área de aço equivalente a área de concreto comprimido
(Fonte: Autor)

3.3.4 Área de Concreto Concreto Comprimida ($A_{c\text{máx}}$)

Considerando-se o diagrama de tensão e deformação retangular do concreto, e que o valor de $x_{lim} = 0,45d$, pode-se escrever que:

$$A_{c\text{máx}} = 0,8 * 0,45 * b * d \quad (12)$$

$$A_{c\text{máx}} = 0,36 * b * d \quad (12)$$

3.3.5 Resultante de Compressão Máxima do Concreto ($R_{c\text{máx}}$)

A resultante de compressão máxima do concreto se refere à máxima parcela resistida pelo concreto em relação à resultante de compressão total do binário interior (R_c).

A partir do diagrama retangular de tensão e deformação do concreto, sabe-se que:

$$\sigma_c = 0.85f_{cd}$$

$R_{cmáx}$ é dado em função de:

$$R_{cmáx} = A_{cmáx} \cdot \sigma_c$$

Substituindo o valor de σ_c na equação (12), obtém-se que:

$$R_{c_{max}} = \frac{0,35 \cdot 0,85}{1,4} * F_{ck} * b * d \quad (13)$$

3.3.6 Cálculo da Área Aço Equivalente (A_{se})

Sabendo-se que:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

onde,

σ é uma tensão (kN/cm^2);

F uma força (kN); e

A uma área (cm^2).

Pode-se escrever que:

$$F_{yd} = \frac{R_{c_{max}}}{A_{se}} \quad (14)$$

Substituindo-se a equação (13) e adotando-se $f_{yd} = 43,5 kN/cm^2$ na equação (14), tem-se que:

$$A_c = \frac{b \cdot d \cdot F_{ck}}{200} \quad (15)$$

3.3.7 Cálculo de $A's$

Conforme a FIGURA 24, pode-se escrever que:

$$A'S = A_s - \frac{b \cdot d \cdot f_{ck}}{200} \quad (16)$$

Sendo,

$A's$ e A_s em cm^2 ;

b e d ($h-4$) em cm ; e

f_{ck} em kN/cm^2

4 METODOLOGIA

4.1 Dados Gerais

Através de um levantamento realizado nas obras, e também em projetos estruturais, verificou-se que as dimensões da seção transversal das vigas, principalmente a largura, ficam limitadas pelas dimensões do bloco utilizado para execução da alvenaria de vedação. Pois, é possível eliminar um trabalho na execução das formas de fundo, existindo apenas formas laterais.

As dimensões comumente utilizadas para as alvenarias de vedação são de 14 e 19 cm. Portanto, para as vigas de respaldo, estes valores são adotados na maioria dos projetos. Pois, este valor está presente em grande parte das vigas de fundação (vigas baldrame). Foram analisadas também as resistências mais comuns do concreto utilizado. Adotando-se $f_{ck} = 20, 25, 30$ e 35 MPa.

4.2 Ferramenta

Para conferir agilidade e confiança na coleta dos resultados das armaduras de flexão, optou-se por dimensionar as vigas através do software Eberick, da empresa AltoQI, o qual é voltado para desenvolvimento de projetos estruturais em concreto armado, englobando as etapas de modelagem, dimensionamento e detalhamento da estrutura de acordo com a NBR 6118:2014.

O Eberick conta com algoritmo para análise da estrutura de alto desempenho, havendo uma redução significativa no tempo de processamento dos projetos.

4.3 Método

Com o objetivo de se verificar a eficiência dos métodos simplificados, MS1 e MS2, considerou-se, para análise inicial, uma viga com altura (h), fixa, de 40 cm, variando-se a largura da base da seção transversal entre 14 e 19cm, e a resistência do concreto (f_{ck}) entre 20, 25, 30 e 35 MPa.

Para que a análise pudesse contemplar as vigas com e sem a necessidade de armadura de compressão ($A's$), foram estipulados 2 momentos (Md). Para viga 14x40cm e 19x40cm.

Para o lançamento na interface gráfica do software, as vigas foram consideradas apoiadas em dois pilares, P1 e P2, com distância entre eixos de 5,00 m. Para que não houvesse interação de esforços entre os pilares e a viga, a qual poderia influenciar no dimensionamento completo, as vigas foram rotuladas nos apoios, uma vez que, o objetivo das análises foi dimensionar apenas as armaduras de flexão.

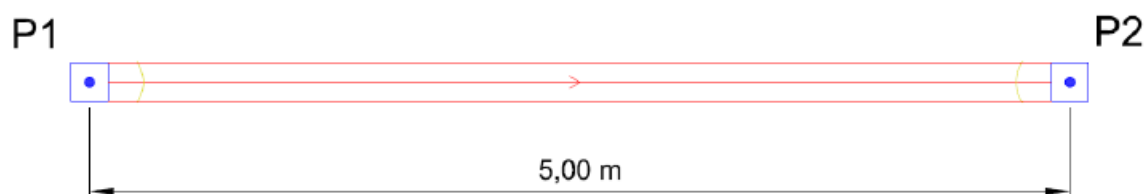


Figura 25 Vigas e Apoios
(Fonte: Autor)

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Tabelas

Através dos resultados do dimensionamento das armaduras de flexão, realizados pelo Eberick e pelos métodos simplificados, MS1 e MS2, foi possível elaborar as Tabelas de 4 a 7.

Tabela 4Viga 14x40 Resultados e Variações

Md Kn(cm)	Fck Kn/cm ²	Eberik		Ms1				Ms2			
		As (Cm ²)	A'S (Cm ²)	As (Cm ²)	Var (%)	A'S (cm ²)	Var (%)	As (Cm ²)	Var (%)	A'S (cm ²)	Var (%)
3950	20	2,92	*	3,11	7%	*	*	2,87	-2%	*	*
	25	2,80	*	3,11	11%	*	*	2,80	0%	*	*
	30	2,73	*	3,11	14%	*	*	2,76	1%	*	*
	35	2,73	*	3,11	14%	*	*	2,73	0%	*	*

Tabela 5Viga 14x40 Resultados e Variações

Md Kn(cm)	Fck Kn/cm ²	Eberik		Ms1				Ms2			
		As (Cm ²)	A'S (Cm ²)	As (Cm ²)	Var (%)	A'S (cm ²)	Var (%)	As (Cm ²)	Var (%)	A'S (cm ²)	Var (%)
11950	20	9,30	4,42	9,34	0%	4,28	-3%	9,32	0%	4,28	-3%
	25	9,40	3,30	9,32	-1%	3,04	-8%	9,32	-1%	3,04	-8%
	30	9,50	2,02	9,32	-2%	1,78	-12%	9,32	-2%	1,76	-12%
	35	9,34	0,56	9,34	0%	0,52	-6%	9,32	0%	0,52	-6%

Tabela 6Viga 19x40 Resultados e Variações

Md Kn(cm)	Fck Kn/cm ²	Eberik		Ms1				Ms2			
		As (Cm ²)	A'S (Cm ²)	As (Cm ²)	Var (%)	A'S (cm ²)	Var (%)	As (Cm ²)	Var (%)	A'S (cm ²)	Var (%)
3950	20	2,70	*	3,07	15%	*	*	2,76	3%	*	*
	25	2,67	*	3,07	17%	*	*	2,71	2%	*	*
	30	2,64	*	3,07	18%	*	*	2,69	2%	*	*
	35	2,62	*	3,07	19%	*	*	2,67	2%	*	*

Tabela 7Viga 19x40 Resultados e Variações

Md Kn(cm)	Fck Kn/cm ²	Eberik		Ms1				Ms2			
		As (Cm ²)	A'S (Cm ²)	As (Cm ²)	Var (%)	A'S (cm ²)	Var (%)	As (Cm ²)	Var (%)	A'S (cm ²)	Var (%)
11950	20	9,12	2,24	9,32	2%	2,50	11%	9,32	2%	2,50	11%
	25	9,32	0,79	9,32	0%	0,80	0%	9,32	0%	0,80	0%
	30	9,10	*	9,32	2%	*	*	9,13	0%	*	*
	35	8,81	*	9,32	6%	*	*	8,88	1%	*	*

5.2 *Análise dos Resultados*

A partir dos resultados obtidos nas tabelas, para as armaduras de tração (As), percebe-se que o método simplificado MS2 apresenta menor variação, em relação aos dimensionamentos realizados pelo Eberick, quando comparados com os resultados obtidos pelo método simplificado MS1, uma vez que, este não leva em consideração a resistência do concreto e a largura da base da viga. Porém, analisando os resultados obtidos pelo dimensionamento realizado pelo Eberick, para uma mesma situação de cálculo, variando-se apenas a resistência do concreto, percebe-se que há uma influência muito baixa nos resultados das armaduras de tração (As). Podendo-se afirmar então, que estas diferenças são oriundas quase que exclusivamente da variação da largura da base das vigas. Já para o dimensionamento da armadura de compressão, a variação da resistência do concreto implica em variações grandes, dando destaque à sua importância.

Para o cálculo das armaduras de flexão, As e A's, o Eberick levou em consideração o arranjo das bitolas utilizadas, ou seja, para uma mesma situação de cálculo pode haver mais de um resultado para a altura útil de viga (d), o que gera variações consideráveis nos cálculos finais das armaduras, principalmente a de compressão (A's). Já os métodos simplificados, MS1 e MS2, consideram a altura útil das vigas constante. Sendo assim, pode-se perceber que existem algumas variações entre os resultados das armaduras de compressão (A's) excessivos, dos métodos simplificados, em relação aos resultados do Eberick. Porém, as variações excessivas ocorrem quando a área de aço comprimido é muito baixa, o que pode fazer com que haja uma interpretação tendenciosa quanto a eficiência dos resultados apresentados pelos métodos simplificados

6 Conclusão

Os métodos simplificados apresentaram resultados bastante coerentes, com variação aceitáveis em relação ao resultados obtidos pelo Eberick o que mostra a como é eficiente suas aplicações no dimensionamento das armaduras longitudinais das vigas. O método simplificado MS1 apresentou alguns resultados superiores aos resultados do MS2. Porém, essas variações também são aceitáveis.

REFERÊNCIAS

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS (2014) NBR 6118 –**Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro.

PINHEIRO, Libânio. **Fundamentos do Concreto e Projetos de Edifícios**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

CARVALHO, Roberto Chust. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. Sao Paulo. EdUFSCar, 2011.

ROSSI, Prof. Nelson. **Materiais da Construção Civil I**. Curso de Engenharia Civil, Universidade São Francisco de Itatiba, São Paulo; 2011.

MONTOYA, Pedro Jiménez; MESEGUER, Alvaro García; CABRÉ, Francisco Morán. **Hormigón Armado Vol. 1**. Barcelona, Gustavo Gili, 1989.

RÜSCH, Hubert. **Concreto Armado e Protendido**. Rio de Janeiro; Campus, 1981.

ALMEIDA, Prof. Dr. Luis Carlos. **Fundamentos do Concreto Armado**. Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 2002.

REBELLO, Yopanan C. P.. **A Concepção Estrutural e a Arquitetura**. São Paulo; Ziguarte, 2011.

MÖRSCH, Emil. **Teoría y Práctica Del Hormigón Armado (version del Alemán)**. Buenos Aires; Gustavo Gili, 1952.